

**UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ**

**ALEXANDRE SEVERINO DI SOUZA  
LUIZ RICARDO MOREIRA DOS SANTOS**

**ANÁLISE DE TENSÕES DE UM EIXO-ÁRVORE  
ATRAVÉS DE PROGRAMA COMPUTACIONAL**

**Taubaté - SP  
2019**

**ALEXANDRE SEVERINO DI SOUZA  
LUIZ RICARDO MOREIRA DOS SANTOS**

**ANÁLISE DE TENSÕES DE UM EIXO-ÁRVORE  
ATRAVÉS DE PROGRAMA COMPUTACIONAL**

Trabalho de Graduação apresentado para obtenção do Certificado de Graduação do curso de Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Taubaté.

Orientador: Prof. Me. Carlos Evany Pinto

**Taubaté – SP  
2019**

**SIBi – Sistema Integrado de Bibliotecas / UNITAU**

S237a Santos, Luiz Ricardo Moreira dos  
Análise de tensões de um eixo-árvore através de programa  
computacional / Luiz Ricardo Moreira dos Santos; Alexandre Severino Di  
Souza. -- 2019.  
49 f. : il.

Monografia (graduação) – Universidade de Taubaté, Departamento de  
Engenharia Mecânica e Elétrica, 2019.  
Orientação: Prof. Me. Carlos Evany Pinto, Departamento de Engenharia  
Mecânica

1. Eixo-árvore. 2. Tensões. 3. Método de elementos finitos. 4. Ansys.  
I. Graduação em Engenharia Mecânica. II. Souza, Alexandre Severino Di.  
III. Título.

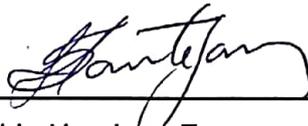
CDD – 621.38

ALEXANDRE SEVERINO DI SOUZA  
LUIZ RICARDO MOREIRA DOS SANTOS

ANÁLISE DE TENSÕES DE UM EIXO-ÁRVORE ATRAVÉS DE PROGRAMA  
COMPUTACIONAL

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO APROVADO COMO PARTE  
DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE GRADUADO EM  
ENGENHARIA MECÂNICA

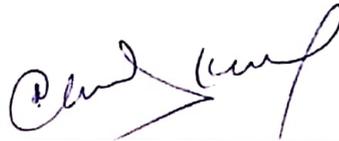
APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO COORDENADOR DE CURSO DE  
GRADUAÇÃO DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA



---

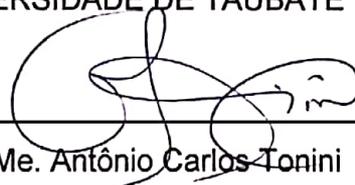
Prof. Me. Fábio Henrique Fonseca Santejani  
Coordenador de Trabalho de Graduação

BANCA EXAMINADORA:



---

Prof. Me. Carlos Evany Pinto  
UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ



---

Prof. Me. Antônio Carlos Tonini  
UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ

09 de novembro de 2019

## **AGRADECIMENTOS**

Agradecemos a Deus, fonte da vida e da graça. Agradeço pela minha vida, inteligência, família e meus amigos.

À Universidade de Taubaté – UNITAU, que ofereceu um excelente ambiente educacional com profissionais qualificados

Ao nosso orientador, Prof. Me Carlos Evany Pinto por todo o incentivo e motivação na orientação deste trabalho.

Ao ilustríssimo Engº Antony dos Santos por toda a ajuda e paciência no desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus pais José Ricardo e Aparecida, família e esposa Caroline, por toda a paciência e apoio nas horas difíceis, carinho e amor em todos os momentos da minha vida acadêmica.

Aos meus pais Francisco e Maria Ângela, família e esposa Juliene, pelo amor, incentivo e apoio incondicional, nas horas difíceis, de desânimo e cansaço, apesar de todas as dificuldades me fortaleceu.

Ao Professor Me. Antônio Carlos Tonini por aceitar compor a banca examinadora.

Às funcionárias da Secretaria pela dedicação, presteza e principalmente pela vontade de ajudar.

“O sucesso nasce do querer, da determinação e persistência em se chegar a um objetivo. Mesmo não atingindo o alvo, quem busca e vence obstáculos, no mínimo fará coisas admiráveis.”  
(José de Alencar)

## RESUMO

O nosso trabalho tem o objetivo de comparar os resultados de tensões combinadas de Von Mises obtidas por um software de análise estrutural com os métodos de cálculo ministrados pelos professores na vida acadêmica durante o curso de Engenharia Mecânica e verificar a compatibilidade entre as respostas, para isto, escolhemos um eixo-árvore por ser um elemento sólido que se comporta como uma viga bi-apoiada. No desenvolvimento da metodologia utilizamos o programa Ansys, que utiliza o método de elemento finito aplicado na engenharia como uma análise numérica, na sua linha de cálculo. Ao analisar os raios, por serem os pontos com maiores concentrações de tensões, e comparar os resultados obtidos pelo programa com os cálculos analíticos, deparamos com uma divergência muito pequena entre eles, ou seja, desprezível, demonstrando a eficácia do programa. Assim, podemos concluir que cada vez mais os programas desenvolvidos para a engenharia são fundamentais no dia-a-dia do engenheiro.

**Palavras-Chave:** Eixo-árvore. Tensões. Método de elementos finitos. Ansys.

## **ABSTRACT**

The purpose of the research is to compare the results of combined stress by Von Mises obtained by a structural analysis software with the calculation methods taught by teachers in academic life during the Mechanical Engineering course and to verify the compatibility between the answers, for this we chose a shaft for being a solid element that behaves as a simple support beam. In the development of the methodology, we use the Ansys program that uses the finite element method applied in engineering as a numerical analysis in its calculation line. When analyzing the rays because the points are the highest stress concentrations and comparing the results obtained by the program with the analytical calculations, we find a very small divergence between them, that is, negligible, demonstrating the effectiveness of the program. Like this we can conclude more and more, the programs developed for engineering are fundamental in the day-to-day of the engineer.

Keywords: Shaft .Stress. Finite Element Method. Ansys.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Modelo aplicado em 3º eixo de caminhões médios e grandes.....	16
Figura 2 – Caixa de câmbio.....	17
Figura 3 – Esforços gerando tensão de tração e tensão de compressão.....	18
Figura 4 – Sistema biela-manivela.....	19
Figura 5 – Eixo submetido ao torque.....	20
Figura 6 – Elemento submetido a tensão de flexão.....	21
Figura 7 – Elemento sob flexão e linha neutra.....	22
Figura 8 – Árvore acoplando engrenagens e sujeita à flexo-torção.....	20
Figura 9 – Diagrama tensão x deformação.....	23
Figura 10 – Deformação por tração e compressão.....	24
Figura 11 – Eixo submetido a uma carga de torque.....	25
Figura 12 – Perfil em balanço sofrendo deflexão.....	26
Figura 13 – Concentração de tensão em rasgo de chaveta.....	27
Figura 14 – Geometria parcial do eixo.....	32
Figura 15 – Eixo sólido criado no Ansys.....	33
Figura 16 – Mancal de rolamento.....	33
Figura 17 – Linha de apoio de rolamento.....	34
Figura 18 – Criação do plano.....	35
Figura 19 – Deslocamento do sistema de coordenada.....	35
Figura 20 – Sketching.....	36
Figura 21 – Criação de linha.....	36
Figura 22 – Extrusão da linha.....	37
Figura 23 – Exemplo de caixa Details View.....	37
Figura 24 – Criação da superfície passante.....	38
Figura 25 – Marcação da superfície.....	38
Figura 26 – Criação do ponto para restrição axial.....	39
Figura 27 – Eixo com todas as linhas criadas.....	40
Figura 28 – Aplicação da malha.....	41
Figura 29 – Eixo com malha aplicada.....	41
Figura 30 – Opção para aplicação de condições de contorno e carregamento.....	42
Figura 31 – Rotação de 90º no eixo y.....	43
Figura 32 – Criação das coordenadas cilíndricas.....	43

Figura 33 – Definição das restrições.....	44
Figura 34 – Restrições aplicadas no sentido axial do eixo.....	44
Figura 35 – Aplicação das forças F1 e F2.....	45
Figura 36 – Solução.....	45
Figura 37 – Gerando a tensão de Von Mises.....	47
Figura 38 – Eixo árvore com cargas aplicadas.....	47
Figura 39 – Medidas geométricas, em (mm).....	47
Figura 40 – Resultado gerado pelo Ansys WorkBench.....	49

## LISTA DE GRÁFICOS E TABELAS

Gráfico 1– Fator de concentração de tensão.....	27
Tabela 1 – Comparativo de resultados.....	47

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\tau$	Tensão de torção
T	Momento torçor
$\rho$	Raio de análise da seção circular
J	Momento polar de inércia da seção circular
C	Raio externo
$\sigma$	Tensão de flexão
$\varepsilon$	Deformação específica
Mf	Momento fletor
Wf	Módulo de resistência à flexão
E	Módulo de elasticidade do material
G	Módulo de elasticidade transversal
X	Distância entre o centro do apoio até o ponto de concentração de tensão
$\emptyset$	Ângulo de torção em radianos
$\sigma_{kt}$	Tensão corrigida pelo fator de concentração de tensão

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	14
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	15
2.1 Tensões.....	16
2.1.1 Tensão normal.....	16
2.2.2 Tensão de cisalhamento.....	18
2.2.3 Tensão de torção.....	18
2.2.4 Tensão normal de flexão.....	20
2.3 Diagrama tensão x deformação.....	22
2.4 Deformação devido à carga de tração e compressão.....	23
2.5 Deformação devido à carga de torção.....	24
2.6 Deformação por flexão.....	25
2.7 Concentração de tensão.....	25
2.8 Materiais utilizados na fabricação de eixos-árvore.....	27
2.9 Método dos elementos finitos.....	27
2.10 Ansys.....	29
3 METODOLOGIA.....	30
3.1 Obtenção da geometria.....	30
3.2 Geometry – Criação das linhas de apoio e carga.....	32
3.3 Criação da malha.....	38
3.4 Setup – Aplicação das condições de contorno e carregamento.....	39
3.5 Solução.....	43
3.6 Resultados.....	44
3.7 Cálculos analíticos.....	44
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	49
6 CONCLUSÃO.....	47
7 REFERÊNCIAS.....	48

## 1 INTRODUÇÃO

O objetivo desse trabalho é analisar a resposta estrutural de um eixo-árvore, fazendo-se o uso de um programa computacional que utiliza o método dos elementos finitos e elaborando cálculos analíticos, para que posteriormente possa ser feita uma comparação entre os resultados obtidos através dos métodos utilizados.

O método dos elementos finitos é aplicado à engenharia como ferramenta de análise numérica, substituindo ferramentas mais convencionais tais como métodos analíticos. No entanto, para poder aplicar tal método através destes programas, deve-se levar em conta o tipo de resposta requerida, tempo de processamento, e para isso o tipo de elemento utilizado deve ser analisado, visando ter tempo de processamento reduzido sem afetar a resposta. Um eixo-árvore por ser uma geometria de revolução, geralmente é fabricado a partir de elementos cilíndricos e sólidos, e para analisá-lo, deve-se ter atenção à maneira que as condições de contorno são aplicadas, para que as hipóteses de cálculo sejam mais realistas possíveis.

Pode-se observar que muitos usuários não sabem fazer o uso de tais elementos e das condições de contorno aplicadas a eles. Além da comparação dos resultados e suas respectivas diferenças, nota-se que para mesmas hipóteses de cálculo, a maneira com que as condições de contorno foram aplicadas devido às diferenças entre tipos de elementos, são feitas de diferentes formas.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1-Eixos e árvores

Eixos e árvores são elementos mecânicos que acoplam os elementos de máquinas tais como engrenagens, polias, chavetas, rolamentos, volantes entre outros.

Segundo Shigley (2011), eixos são elementos fixos ou estacionários, geralmente de seção transversal circular, utilizados para suportar polias, rodas girantes e similares.

Segundo Bovo (2006), os eixos não estão sujeitos a tensão de torção, somente a tensões de tração, compressão, flexão ou cisalhamento atuando isoladamente ou de maneira combinada.

A figura 1 representa um modelo aplicado em 3º eixo de caminhões médios e grandes.

Figura 1: Modelo aplicado em 3º eixo de caminhões médios e grandes.



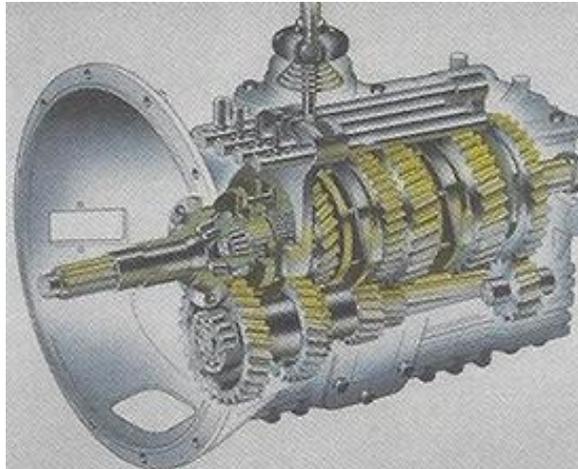
Fonte: Silpa (2013)

Segundo Shigley (2011), eixos podem ser desenhados e analisados como um elemento estático.

De acordo com Bovo (2006), árvore é um elemento rotativo ou estacionário que pode ser submetido a qualquer tipo de tensão: torção, cisalhamento, tração, compressão ou flexão atuando isoladamente ou de maneira combinada. Sobre árvores são montadas engrenagens, manivelas, pinhões, volantes, etc. Um exemplo clássico de aplicação de árvores pode ser encontrado em caixas de câmbio, onde

são utilizadas múltiplas engrenagens para variar a transmissão de potência. A figura 2 ilustra a aplicação de árvore em caixa de câmbio.

Figura 2- Caixa de câmbio



Fonte: Revista Pellegrino (2013)

## 2.2-Tensões

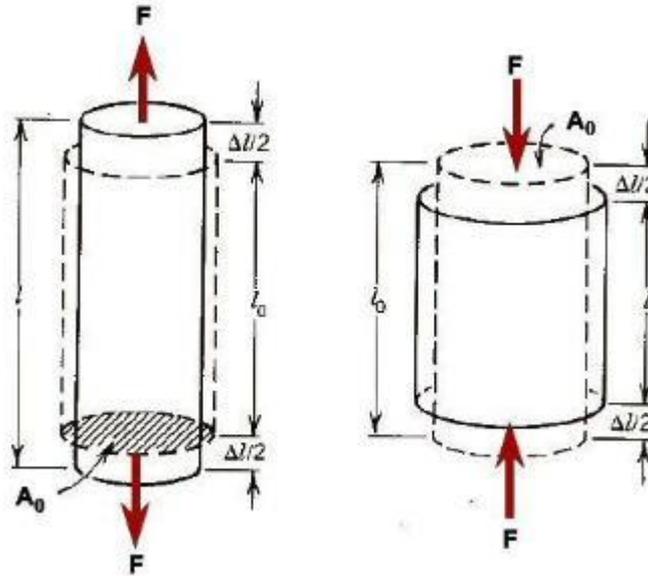
Segundo Shigley (2011) quando uma região interna é analisada, as forças e os momentos resultantes que agem nessa região manifestam-se como forças distribuídas ao longo de todo comprimento de área. Essas cargas distribuídas em um ponto superficial são únicas e terão componentes nas direções normal e tangenciais denominadas, respectivamente, tensão normal e tensão de cisalhamento.

### 2.2.1-Tensão Normal

As tensões normais subdividem-se em tensão de tração e tensão de compressão e é representada pela letra grega  $\sigma$  (sigma).

A figura 3 ilustra como os esforços agem em um determinado elemento, gerando tensão de tração e tensão de compressão.

Figura 3: Esforços gerando tensão de tração e tensão de compressão.



Fonte: João Paulo (2011)

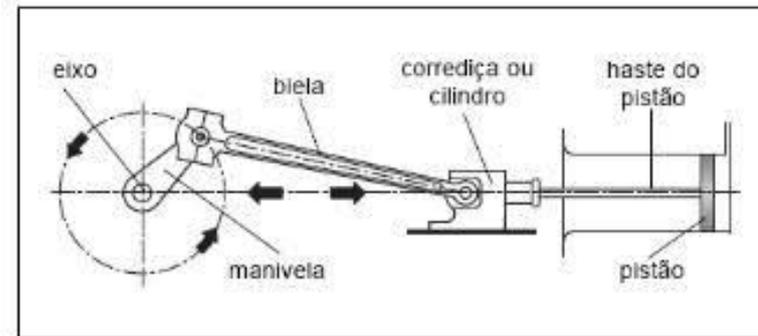
Em tensão de tração, os esforços agem perpendicularmente à seção transversal do elemento analisado no sentido de dentro do elemento para fora.

As tensões de compressão possuem esforços agindo perpendicularmente à seção transversal no sentido de fora para dentro do elemento analisado.

Segundo Beer e Johnston (1995), para elementos tracionados (tensão de tração) é utilizado o sinal positivo, e para elementos comprimidos (tensão de compressão) é utilizado o sinal negativo.

Alguns elementos mecânicos podem sofrer tanto tensão de tração, quanto tensão de compressão. O conhecimento sobre o comportamento dos elementos quando são solicitados é fundamental na escolha do tipo de material, seja ele aço ou qualquer outro tipo de liga metálica. Fatores como temperatura de trabalho, ambiente em que o material será empregado entre outros tipos de agressão que o elemento poderá sofrer, deve ser previamente levado em consideração nos cálculos do projeto. A figura 4 representa um conjunto mecânico, conhecido como sistema biela-manivela, que sofre oscilação entre tensão de tração e compressão.

Figura 4: Sistema biela-manivela



Fonte: Guilherme Augusto (2010)

### 2.2.2- Tensão de cisalhamento

As tensões de cisalhamento, representada pela letra grega  $\tau$  (tau), são oriundas de cargas aplicadas perpendicularmente ao eixo do elemento. Estas cargas transversais podem gerar momento fletor quando aplicada de forma perpendicular ao eixo do elemento e momento torçor quando aplicada perpendicularmente ao eixo do elemento, mas de forma deslocada do mesmo, gerando rotação. Momento fletor é um tipo de esforço, onde pode existir tração e compressão agindo juntos em uma mesma seção. O ponto da seção onde não ocorre tração e nem compressão é denominada linha neutra, e está localizada no eixo inercial do elemento.

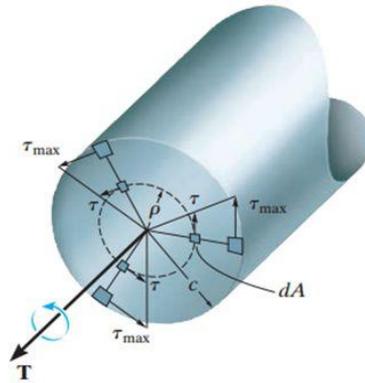
### 2.2.3-Tensão de torção

De acordo com Hibeller (2009), torque (ou momento torçor) é um tipo de esforço que tende a gerar torção em um elemento em torno de seu próprio eixo longitudinal.

Segundo Shigley (2011), tensões de torção são desenvolvidas por toda seção transversal. Para um elemento circular, as tensões são diretamente proporcionais ao raio “ $\rho$ ” do elemento e pode ser calculada pela seguinte fórmula:

A figura 5 demonstra a maneira como o torque aplicado a um eixo se distribui em todo o perímetro de uma determinada seção transversal.

Figura 5: Eixo submetido ao torque



Fonte: Marcos Sousa Lenzi (2015)

A tensão de cisalhamento devido à torção pode ser calculada pela seguinte fórmula:

$$\tau = \frac{T * \rho}{J}$$

Onde:

$\tau$  : tensão de torção;

T: momento torçor;

$\rho$ : raio de análise da seção circular;

J: momento polar de inércia da seção circular.

Se for considerado o raio “c” como sendo o raio do elemento analisado (ou raio externo de um elemento vazado), tem-se que a tensão máxima pode ser descrita por:

$$\tau_{max} = \frac{T * c}{J}$$

Onde:

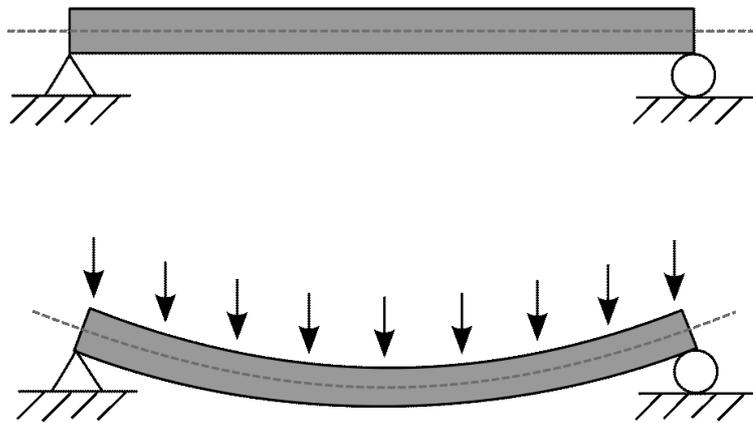
c: raio externo;

### 2.2.4-Tensão normal de flexão

Carregamentos perpendiculares ao eixo longitudinal de um elemento qualquer podem gerar esforços internos dando origem a tensão de flexão.

Segundo Hibeller (2009), essas cargas aplicadas geram esforços de cisalhamento interno no elemento, denominadas força cortante e momento fletor, que podem variar ao longo de todo comprimento. Um exemplo de flexão pode ser observado na figura 6.

Figura 6: Elemento submetido a tensão de flexão



Fonte: Daniel De Leon Martinez (2009)

Segundo Shigley (2011), na maioria dos elementos sujeito à flexão tem-se força de cisalhamento e momento fletor. Dificilmente é encontrado elemento sofrendo flexão pura, ou seja, com força cisalhante nula.

A tensão normal de flexão pode ser calculada pela fórmula à seguir:

$$\sigma = \frac{Mf}{Wf}$$

Onde:

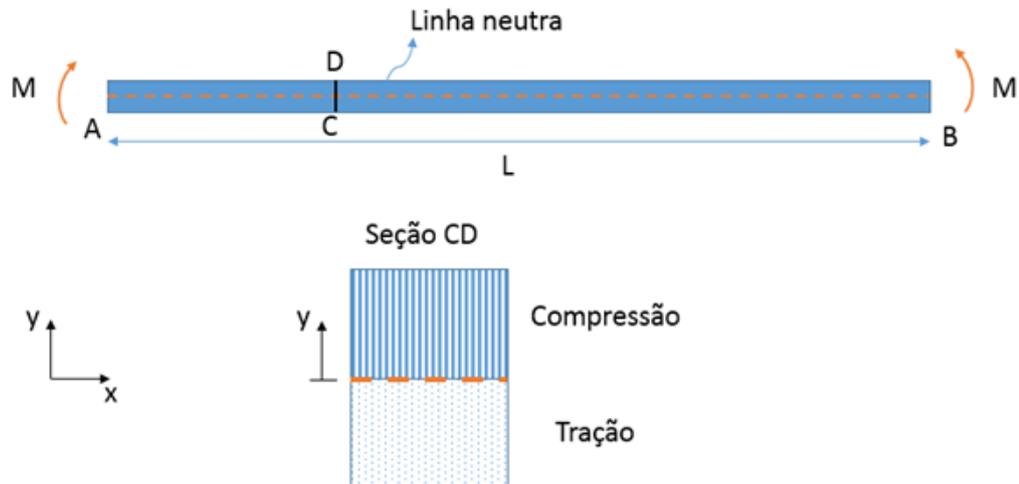
$\sigma$ : Tensão de flexão

Mf: Momento fletor

Wf: Módulo de resistência a flexão

Em elementos sob o efeito de flexão, é encontrada a combinação de tração e compressão em uma única seção transversal. O ponto que possui tensão nula é denominado linha neutra, e fica localizado no centro de gravidade do elemento. A seguir pode ser observada distribuição de tensão em um elemento sob flexão na figura 7:

Figura 7: Elemento sob flexão e linha neutra

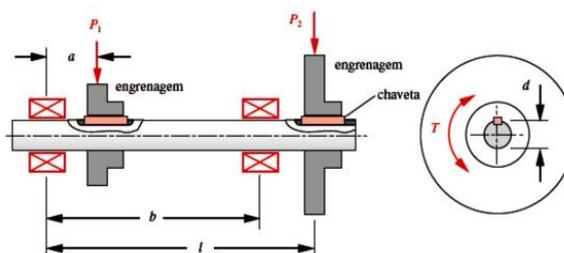


Fonte: Ricardo Santiago (2012)

Em máquinas de aplicações gerais é possível encontrar elementos sofrendo torção e flexão simultaneamente. É o caso de árvores acoplando engrenagens, onde as forças tangenciais quando são decompostas em coordenadas cartesianas causam a flexão devido a sua componente vertical, e sua componente horizontal causam a rotação do conjunto.

Segundo Bovo (2006), o estado mais crítico de tensão é encontrado na combinação da flexo-torção, como mostra a figura 8:

Figura 8: Árvore acoplando engrenagens e sujeita à flexo-torção



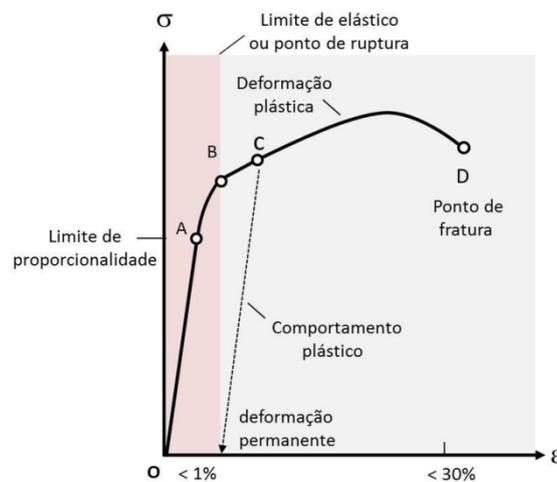
Fonte: Norton (2002)

### 2.3- Diagrama Tensão x Deformação

Segundo Bovo (2006), para se caracterizar melhor o comportamento de um material dúctil ou tenaz, submetido a carregamentos de tração lentas e graduais, são reproduzidos os diagramas obtidos através de ensaios mecânicos, conhecidos por Diagrama Tensão x Deformação.

A figura 9 demonstra o exemplo de um diagrama tensão X deformação de um material qualquer:

Figura 9: Diagrama tensão x deformação



Fonte: Afinko (2019)

Onde:

Ponto A: Denominado Tensão de proporcionalidade. Abaixo desse ponto, a tensão é proporcional a deformação específica. Até esse ponto, pode ser estabelecida a Lei de Hooke.

Ponto B: Denominado Tensão de escoamento, é caracterizado pela perda de elasticidade do material.

Ponto C: Está localizado na zona plástica, onde a deformação ocorre de forma permanente.

Ponto D: Denominado Tensão de ruptura, é a maior tensão suportada pelo material antes de se romper.

## 2.4- Deformação devido à carga de tração e compressão

De acordo com Hibeller (2009), todo elemento que está submetido a algum tipo de carregamento tende a ter sua forma geométrica alterada. Essa mudança de forma é chamada de deformação.

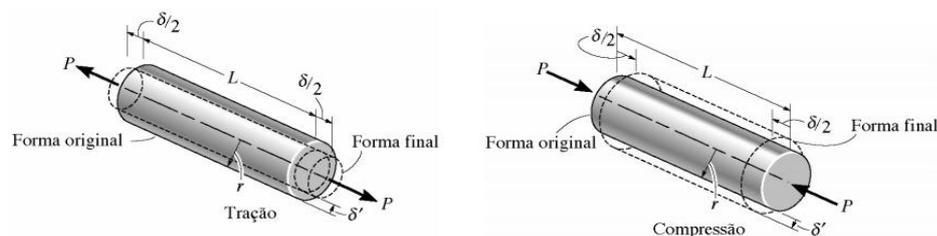
Elementos com cargas aplicadas axialmente podem sofrer dois tipos de deformação, alongamento ou encurtamento, dependendo apenas do sentido que a carga está sendo aplicada.

Segundo Bovo (2006), quando um elemento está submetido a cargas de tração, ele sofre alongamento.

De acordo com Hibeller (2009), um elemento submetido a cargas de compressão, sofre protuberância lateral, encurtando seu comprimento, mas mantendo seu volume inalterado.

Elementos sofrendo alongamento e encurtamento podem ser visualizados na figura 10:

Figura 10: Deformação por tração e compressão



Fonte: Luiz Eduardo (2009)

Segundo Bovo (2006), até a tensão limite de proporcionalidade, ou seja, até o ponto A do diagrama Tensão x Deformação, a tensão em um elemento é proporcional à deformação nele produzida. Devido a esta condição de proporcionalidade pode-se escrever que:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

onde:

$\sigma$  => Tensão de tração

$E$  => Módulo de elasticidade do material

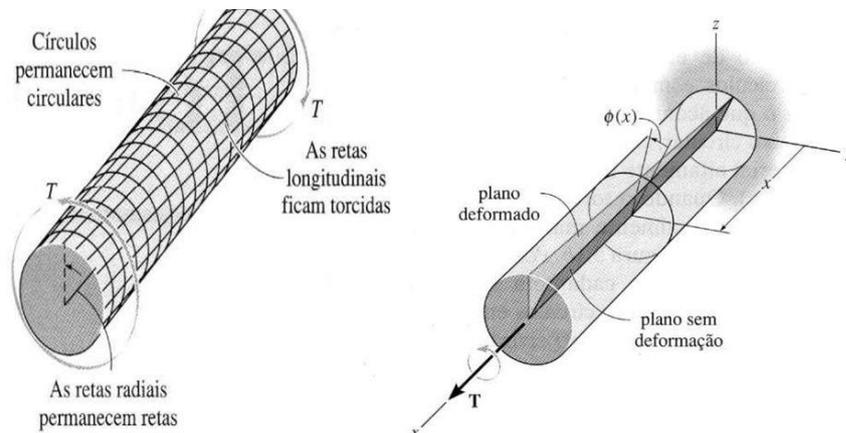
$\varepsilon$  => Deformação específica

## 2.5- Deformação devido à carga de torção

Segundo Beer e Johnston (1995) quando um eixo é submetido a um o momento torçor  $T$ , o mesmo rotaciona e a seção transversal apresenta uma rotação que é representada pelo ângulo  $\phi$ , denominado ângulo de torção.

A figura 11 demonstra o comportamento de um eixo submetido a uma carga de torque de torque:

Figura 11: Eixo submetido a uma carga de torque



Fonte: Damiano (2014)

De acordo com Hibeller (2009), quando o torque é aplicado a um elemento, as retas radiais e as retas longitudinais tendem a gerar distorção, como ilustrado acima.

Segundo Beer e Johnston (1995), para uma certa variação do torque aplicado ao eixo, o ângulo de torção sofrido é proporcional ao torque  $T$ . Ainda para essa variação, o ângulo de torção é proporcional ao comprimento do elemento. Se levar em consideração que o eixo é fabricado com a mesma seção transversal e mesmo material, mas com o dobro do comprimento, o ângulo de torção será duas vezes maior, para o mesmo torque aplicado.

O ângulo de torção pode ser calculado pela seguinte fórmula:

$$\phi = \frac{T * L}{J * G}$$

$\phi \Rightarrow$  ângulo de torção em radianos

$T \Rightarrow$  torque aplicado

$L \Rightarrow$  comprimento do eixo

$J \Rightarrow$  Momento polar de inércia

$G \Rightarrow$  Módulo de elasticidade transversal do material

## 2.6- Deformação por flexão

Segundo Shigley (2011), a deflexão em eixos é um problema que ocorre com muito mais frequência em projeto de máquinas.

De acordo com Bovo (2006), todos os elementos submetidos a flexão devem ter sua deflexão admissível verificada, para evitar uma possível falha.

Essa verificação pode ser feita pela seguinte fórmula:

$$y = \frac{L}{NR}$$

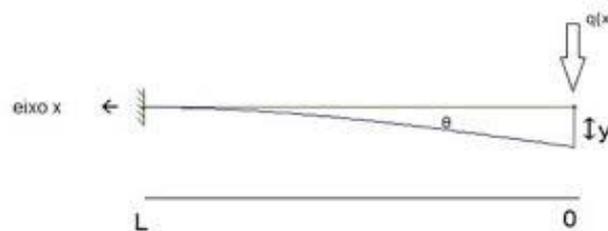
Onde:

L => Vão livre do elemento

NR => Número adimensional fornecido pelas Normas de Cálculo e Projeto publicadas por entidades mundialmente reconhecidas, como a DIN, ASME, FEM, ABNT etc. Portanto antes de especificar o número NR, verifique se para o equipamento em dimensionamento não existe um “NR” já normalizado.

A figura 12 representa um perfil em balanço com uma carga aplicada na extremidade livre, causando deflexão.

Figura 12: Perfil em balanço sofrendo deflexão



Fonte: Revista Científica Vozes dos Vales (2016)

Segundo Shigley (2011), outro fator que deve ser analisado devido a flexão são as rotações causadas em seus apoios. Caso a rotação atuante ultrapasse a rotação permitida, o projeto pode causar falha em rolamentos, mancais ou ainda causar desalinhamento entre engrenagens.

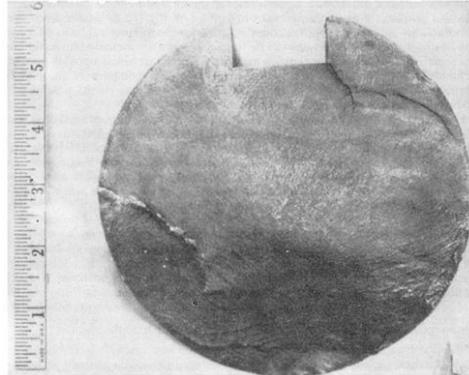
## 2.7- Concentração de tensão

De acordo com Shigley (2011), é muito difícil projetar uma máquina sem que haja alteração geométrica em seus elementos. Eixos e árvores devem possuir rasgos de chaveta para acoplar polias e engrenagens, ressalto para restringir o movimento axial em rolamento, ranhuras para lubrificação e entalhes para várias aplicações. Toda descontinuidade geométrica em um elemento de máquina altera a

distribuição de tensão ao redor da mesma, fazendo com que as equações elementares das resistências dos materiais não consigam mais descrever o estado de tensão naquela região.

A figura 13 é um exemplo de trinca iniciada por concentração de tensão em rasgo de chaveta:

Figura 13: Concentração de tensão em rasgo de chaveta



Fonte: Luiz Fernando Tronco (2017)

Segundo Hibeller (2009), quanto mais severa for a mudança na geometria do elemento, maior será a concentração de tensão.

Segundo Shigley (2011), é usado um fator de concentração geométrico ou teórico, denominado  $K_t$  ou  $K_{ts}$ , para que seja relacionado a tensão máxima localizada na descontinuidade com a tensão média. Para isso são utilizadas as seguintes equações:

$$K_{ts} = \frac{\tau_{max}}{\tau_0} \quad K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0}$$

Onde:

$K_t$  é utilizado para tensão normal e  $K_{ts}$  para tensão de cisalhamento;

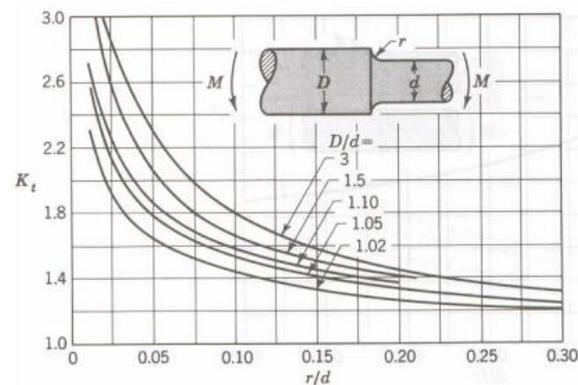
$\tau_0$  e  $\sigma_0$  são tensão de cisalhamento nominal e tensão normal nominal, respectivamente. Geralmente são utilizadas as equações elementares e a área líquida para estimar o valor destas tensões.

De acordo com Shigley (2011), o subscrito t em  $K_t$  significa que esse fator concentrador depende apenas da geometria do elemento, ou seja, o material utilizado não tem efeito sobre o valor de  $K_t$ , por isso é denominado um fator teórico.

Segundo Hibeller (2009), os valores de K podem ser encontrados em gráficos de manuais relacionados à análise de tensão.

Os gráficos a seguir ilustram as curvas utilizadas na obtenção do valor dos fatores concentradores de tensão a diferentes tipos de carregamento e mudanças em geometria.

Gráfico 1: Fator de concentração de tensão



Fonte: COLLINS, J.A.(1981)

## 2.8- Materiais utilizados na fabricação de eixos árvores

Segundo Bovo (2006), todos os tipos de materiais podem ser utilizados na fabricação de eixos e árvores, e a maior parte deles são de aço-carbono laminado a frio, com o teor de carbono entre 0,20% e 0,40%. São eles: SAE1020, SAE1030, SAE1040, SAE4340, SAE4140 e SAE4130. Quando houver problemas de corrosão, utiliza-se normalmente aço inoxidável nas qualidades AISI 410 e AISI 420.

## 2.9- Método dos Elementos Finitos

De acordo com Nam - Ho e Bhavani (2008), o método dos elementos finitos é um método numérico usado para solucionar equações diferenciais que caracterizam muitos problemas de engenharia. A sua popularidade é devida em parte ao método resultar em programas computacionais versáteis por natureza que podem resolver muitos problemas práticos com pouco treinamento. Obviamente, existem riscos em utilizar softwares sem conhecimento apropriado da teoria que lhes serve de base, e esse é um dos motivos para ter um profundo conhecimento da teoria na qual se fundamenta o método de elementos finitos.

Segundo Nam – Ho e Bhavani (2008), muitas universidades ministram o método de elementos finitos aos estudantes nos níveis de graduação. Antigamente, o método era ensinado apenas a alunos de pós-graduação que fossem realizar trabalhos naquela área, mas muitas universidades enfocam o desenvolvimento teórico e a implementação do método. Um dos objetivos do método elementos finitos na graduação é apresentar os conceitos básicos de forma que os estudantes possam usar de maneira o método e interpretar adequadamente os resultados obtidos. As aplicações práticas por meio de vários projetos de desenvolvimento podem ajudar os estudantes a entender claramente o método. Conceitos de matemática e de resistência dos materiais são essenciais para o aprendizado da análise de elementos finitos.

Para Nam – Ho e Bhavani (2008), o método dos elementos finitos é um procedimento numérico utilizado para obter soluções para uma série de problemas de engenharia, incluindo análise de tensões, transferência de calor, eletromagnetismo e mecânica dos fluidos.

De acordo com Lucas (2012 Apud RAO,2005, p.35), no método dos elementos finitos deve-se considerar que a região em análise é constituída por várias áreas interconectadas, ou seja, os elementos. Para cada, assume-se uma solução conveniente a partir da qual as condições gerais de equilíbrio podem ser derivadas. A solução aproximada é obtida quando todas essas condições de equilíbrio são satisfeitas. Uma solução baseada no método dos elementos finitos pode ser dividida em 3 etapas básicas:

1 – Pré-processamento: Definição da geometria elemento e das propriedades mecânicas dos materiais, seleção do tipo de elemento e a depreciação do modelo em elementos através da aplicação de uma malha adequada.

2 – Solução: Definição dos carregamentos e das condições de contorno e posteriormente a solução numérica das equações relativas ao problema modelo.

3 – Pós processamento: Análise dos resultados incluindo deslocamentos nodais, reações (forças e momentos) e distribuições de tensões ou temperatura, dependendo do tipo de análise.

De acordo com Nam - Ho e Bhavani (2008), o método faz o uso de uma formulação integral para criar uma série de equações algébricas utilizando uma função contínua para representar a solução aproximada de cada elemento. A solução é completamente obtida através da organização das soluções de cada elemento considerando as condições de continuidade nas regiões de transição.

## 2.10- ANSYS

ANSYS é o nome original (e normalmente usado) para o ANSYS Mechanical ou ANSYS Multiphysics, que é um software de elementos finitos para uso geral. A companhia ANSYS Inc. desenvolve na realidade uma gama completa de produtos de engenharia com suporte computacional (CAE), uma talvez seja a mais conhecida pelo ANSYS Mechanical & ANSYS Multiphysics. As versões acadêmicas desses produtos comerciais são conhecidas como ANSYS Academic Research, ANSYS Academic Teaching Advanced, Introductory etc. Todos esses produtos são ferramentas autônomas de análise de elementos finitos de uso geral que incorporam módulos de pré-processamento (criação de geometria e malha), solver (solução) e pós-processamento em uma interface gráfica com o usuário unificada ( NAM-HO;BHAVANI, 2008, p. 303).

De acordo com Nam-Ho e Bhavani (2008), uma das vantagens do ANSYS é a capacidade de programação pelo usuário. O ANSYS Command Language possui milhares de comandos relacionados à criação de geometria, malha, condições de contorno, configuração do módulo de solução (solver) e muitos outros aspectos. Um subconjunto desses comandos é dominado ANSYS Parametric Design Language (APDL) e é dedicado ao gerenciamento de parâmetros, macros, desvios if-then-else (se-então-senão), loops condicionais e operações escalares, vetoriais e matriciais. Por exemplo, se forem exigidas várias análises com diferentes valores de parâmetros, podem ser usados loops condicionais (loops do) para modificar os parâmetros, ou pode ser usado o módulo de otimização (Optimization / OPT) para gerenciar automaticamente os parâmetros e preencher a superfície de resposta).

Para Nam-Ho e Bhavani (2008), existem dois modos diferentes de fazer a análise de elementos finitos no ANSYS: modo em lote (batch) e o modo interativo. O modo em lote necessita de um arquivo de entrada de comandos e executá-lo a partir da linha de comando, ao passo que o modo interativo aciona a interface gráfica com o usuário e mostra o resultado de cada ação do usuário (selecionada de um menu ou digitada como um comando) em uma janela gráfica. O modo lote é mais adequado para aqueles que já possuem experiência com o ANSYS Command Language.

Há dois modos diferentes de fornecer comandos no ANSYS: modo gráfico e modo texto. No modo gráfico, o usuário pode selecionar comandos e digitar os valores dos dados. Desta forma, não há necessidade de memorizar todos os comandos. Esse modo é vantajoso no sentido de que o usuário pode ver o resultado de cada comando na janela

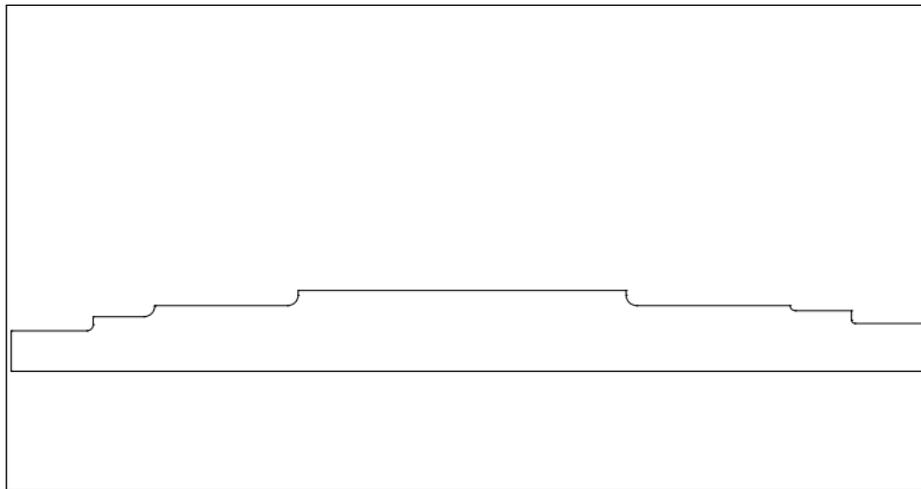
gráfica. No modo texto, o usuário digita comandos e dados na área de comando. Nesse caso, o usuário deve lembrar-se de qual comando deve ser utilizado para que determinada ação seja realizada. Entretanto, o modo texto tem suas próprias vantagens. Por exemplo, durante a etapa do projeto, o usuário pode desejar realizar várias vezes a análise com valores diferentes dos parâmetros. Nesse caso, o usuário pode preparar um arquivo de texto de todos os comandos e depois fornecer o arquivo como um arquivo de entrada de comandos. Na realidade, todas as ações no modo gráfico são armazenadas como comandos em um arquivo de texto. Dessa forma, seria um bom hábito preparar o modelo inicial usando o modo gráfico e depois modificar o arquivo de entrada para as futuras alterações( NAMHO;BHAVANI, 2008, p.303).

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 – Obtenção da geometria

O primeiro passo para o desenvolvimento do trabalho é a obtenção de uma geometria parcial através do programa de CAD Drafting & Anotation, sendo exportada posteriormente no formato “.iges” para utilização no software de elementos finitos Ansys WorkBench. A figura 14 demonstra parte da geometria do eixo criada através do CAD.

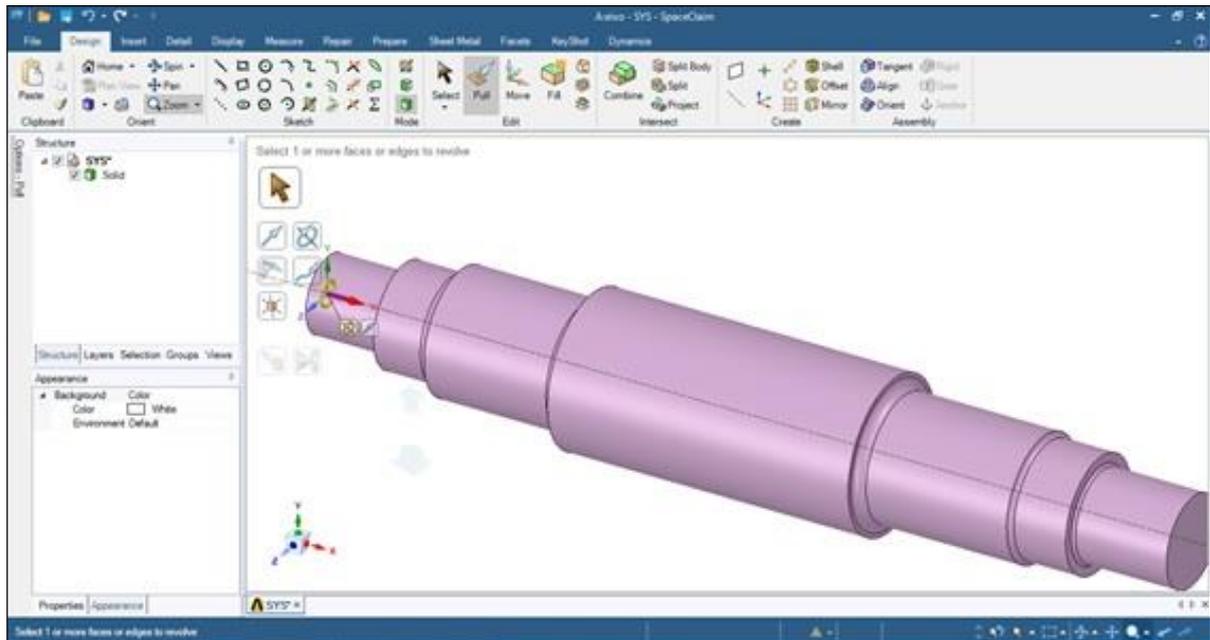
Figura 14: Geometria parcial do eixo



Fonte : O autor (2019)

Após ser criada parte da geometria através do CAD e exportada no formato “.iges” para o Ansys WorkBench, é utilizado o comando Revolve para criar eixo um sólido, tornando-o um elemento mais próximo da realidade, como mostra a figura 15.

Figura 15: Eixo sólido criado no Ansys



Fonte : O autor (2019)

Antes de criação de malha, aplicação de condições de contorno e carga, deve-se compreender o funcionamento mecânico de um eixo, para aplicar condições de contorno e carregamentos que se aproximem da realidade.

Geralmente são utilizados mancais de rolamento como apoio para um eixo girante, e as restrições que um mancal oferece a um eixo, são o sentido radial. A figura 16 ilustra um mancal de rolamento frequentemente utilizado em máquinas.

Figura 16- Mancal de rolamento



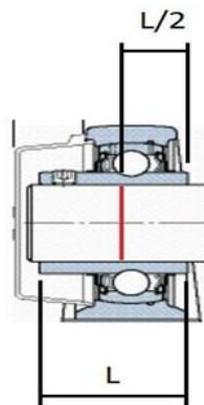
Fonte: Kim, Nam-Ho

Como são restringidos deslocamentos no sentido x e y, sendo comprovado que o mancal restringe os deslocamentos no sentido radial, portanto ao invés de

utilizarmos sistemas de coordenadas cartesianas, para análise das restrições aos deslocamentos na região do mancal, utilizamos sistema de coordenada cilíndrica.

Na região de contato eixo e mancal, há uma superfície de contato, em análises de engenharia é comum tratarmos apoios como um ponto e não uma superfície, pois além de simplificar o cálculo, não há alteração significativa na resposta final. No caso dos mancais é feito o mesmo, ao invés de considerarmos uma superfície de contato, consideramos uma linha onde se concentra a carga resultante da superfície de contato, mostrada como sendo a linha vermelha na figura 17.

Figura 17- Linha de apoio de rolamento



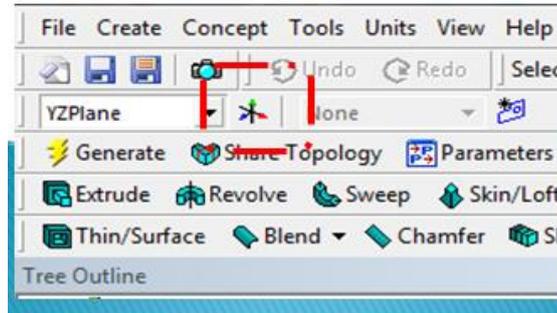
Fonte: Kim, Nam-Ho

Como carregamentos são utilizados engrenagens e polias, cujo objetivo é transmitir torque. A transferência de torque, acarreta a transferência de forças e momentos. De forma análoga aos mancais, a região de contato entre polia / engrenagem e eixo é dado em uma superfície, no entanto, para simplificar é aplicado sobre uma linha, onde aplica-se a resultante das forças.

### 3.2- Geometry – Criação das linhas de apoio e carga

O primeiro passo é criar uma superfície que possa ser utilizada para demarcar a superfície do eixo. Para isso, é preciso criar um sistema de coordenada na aba esquerda, clicando no ícone como mostra a figura 18, e selecionar a face que será utilizada para a criação do plano.

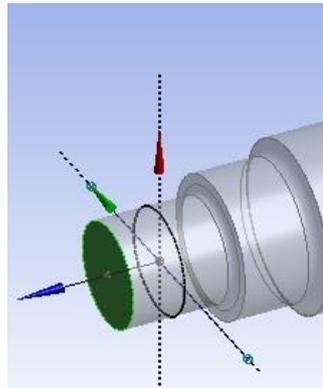
Figura 18: Criação do plano



Fonte: Kim, Nam-Ho

Após a criação do sistema de coordenada, é necessário deslocá-lo para o ponto onde será utilizado como restrição do mancal. Como o apoio mede 25,4 mm, o sistema de coordenada será deslocado 12,7mm, como mostra a figura 19.

Figura 19 - Deslocamento do sistema de coordenada

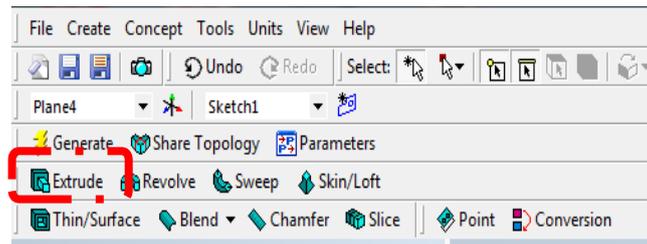


Fonte: O autor (2019)

Após criado o novo sistema de eixo em relação face do eixo, clicar na opção do plano criado na árvore de opções. Em seguida, na árvore de opções, há duas opções Sketching e Modeling, clicando-se na opção Sketching irá abrir uma caixa com opção de criação de linhas, como podemos ver na figura 20.



Figura 22: Extrusão da linha



Fonte: Kim, Nam-Ho

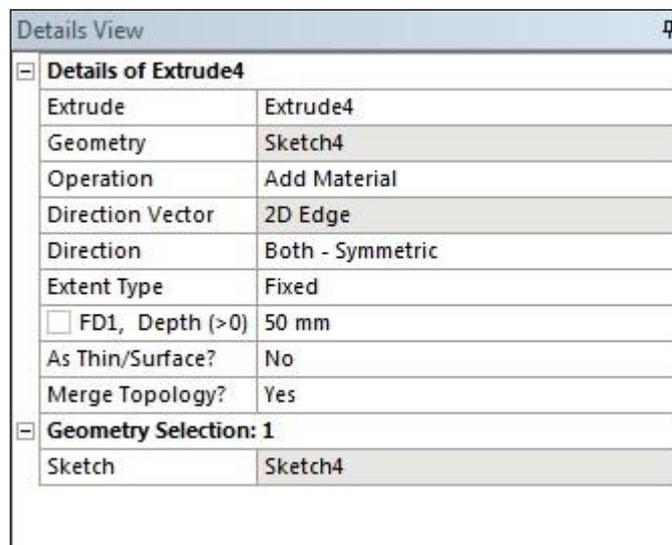
Quando se aplica a extrusão, é necessário realizar ajustes no sentido da extrusão. O ajuste do sentido da extrusão é feito na caixa chamada Details view, no lado esquerdo inferior.

Direction vector – onde definimos a direção da extrusão, para isso selecionamos o eixo vertical (vermelho) e clicamos em apply;

Direction – onde definimos os sentidos, nesse caso deve ser passante, para isso definimos a opção Both - Symmetric;

O exemplo de como a caixa Details view deve ficar pode ser visualizado na figura 23.

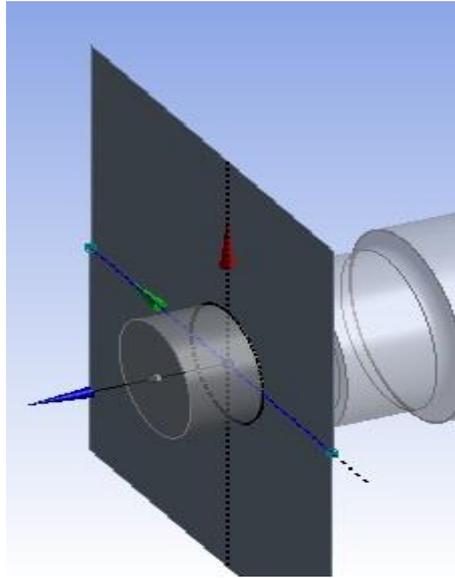
Figura 23: Exemplo da caixa Details View



Fonte: O autor (2019)

Após criado a superfície, como resultado temos uma superfície passante no eixo, como mostra a figura 24.

Figura 24: Criação da superfície passante

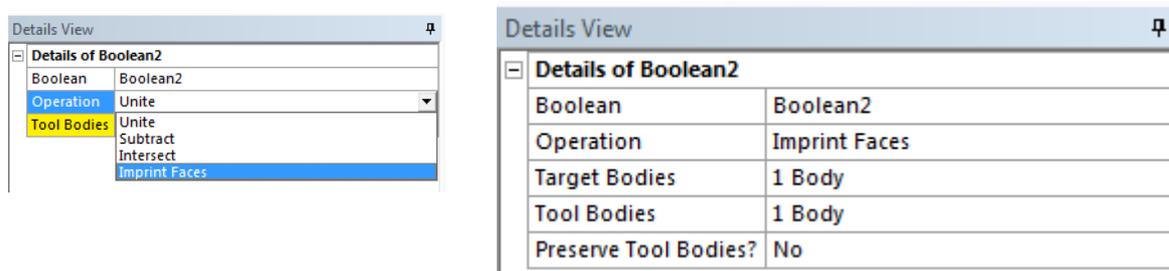


Fonte: O autor (2019)

Após criado a superfície, para que ela sirva como ferramenta para marcar a superfície do eixo, utilizaremos o comando Boolean, através dos botões – Create (Lado esquerdo superior) > Boolean

Na caixa de opção do comando Boolean (lado esquerdo), há opção Operation, nela definimos o tipo de operação que será realizada, como o objetivo é somente marcar a superfície do eixo, será utilizado a opção Imprint Faces, como mostra a figura 25:

Figura 25: Marcação da superfície



Fonte: Kim, Nam-Ho

Na opção Imprint faces temos que selecionar objeto que será marcado (Target Body) que no caso é o eixo e o objeto que será utilizado como ferramenta (Tool Body) que no caso é a superfície criada.

Para o outro apoio deve-se refazer o mesmo processo, levando em consideração que devido ao fato do outro apoio possuir a dimensão de 31,75 mm, o sistema de coordenada deve ser deslocado 15,875 mm.

Na criação da linha de contato para aplicar a carga, deve-se realizar processo semelhante, no entanto irá diferenciar apenas o sistema de coordenada em relação às faces selecionadas.

Para a aplicação da carga  $F_1$ , o sistema de coordenada será deslocado em 66,675 mm da face esquerda do eixo. Em relação ao sistema de coordenada da aplicação da carga  $F_2$ , este deve ser deslocado em 76,2 mm da face direita do eixo.

No entanto, é necessário para o modelo, possuir um ponto para restringir o movimento na horizontal, como uma viga bi-apoiada, esse ponto pode ser criado em uma das faces do eixo. Para criar o ponto, seleciona-se uma face e na opção Create seleciona-se Point. Na caixa ao lado esquerdo, para opção Point, haverá algumas opções a se alterar.

Type – como se trata de um ponto onde será aplicado uma restrição, será utilizado Point Load;

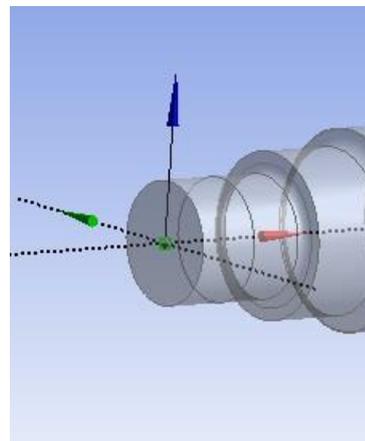
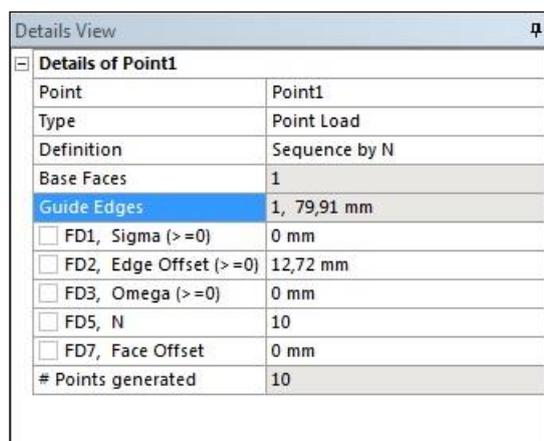
Base Faces – é face selecionada;

Guide Edges – é aresta da face selecionada, basta selecionar uma aresta;

Edge Offset – é distância em relação à aresta.

A figura 26 mostra como deve ficar a caixa de criação do ponto para restrição axial face do eixo.

Figura 26: Criação do ponto para restrição axial.

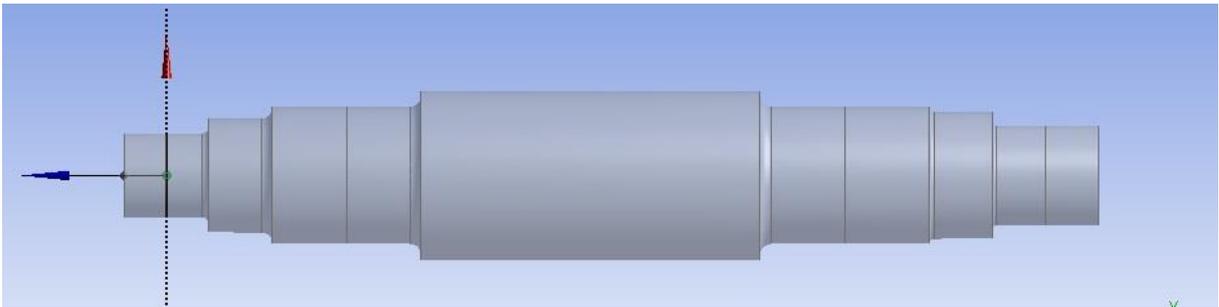


Fonte: O autor

Após a criação das linhas que serão utilizadas para a aplicação de carga, restrição de mancais e o ponto para restringir o movimento axial do eixo, podemos

observar na figura 27 todas essas superfícies que serão utilizadas para aplicações de condições de contorno e carga.

Figura 27: Eixo com as todas as linhas criadas.



Fonte: O autor (2019)

### 3.3 – Criação da malha

Na opção Model pode-se realizar todos os processos, tais como criação da malha, contatos, aplicação das condições de contorno e carregamentos, e visualização de resultados.

Criação da Malha – para esse modelo, devemos nos atentar para as regiões do raio de transição, pois é uma região de concentração de tensão, portanto, a malha nessa região deve ser refinada.

Na criação e edição de malha, a opção Mesh oferece uma gama de opções, a partir do comando Insert.

Sizing – define o tamanho do elemento a partir de uma linha, superfície ou volume;

Refinement – a partir de um tamanho de elemento definido, essa opção divide o tamanho desse elemento, na superfície selecionada.

Definir o tamanho do elemento – partir do comando Mesh> Insert> Size

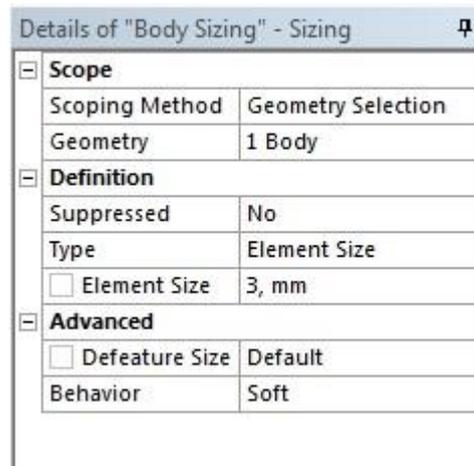
Geometry – seleciona-se o eixo

Element Size – tamanho do elemento, nesse caso 3 mm;

Behavior – soft, significa que apesar o tamanho ser 3 mm, o programa pode alterar o tamanho para adequar melhor a malha;

A figura 28 é um exemplo de como a caixa de aplicação da malha deve ficar.

Figura 28: Aplicação da malha

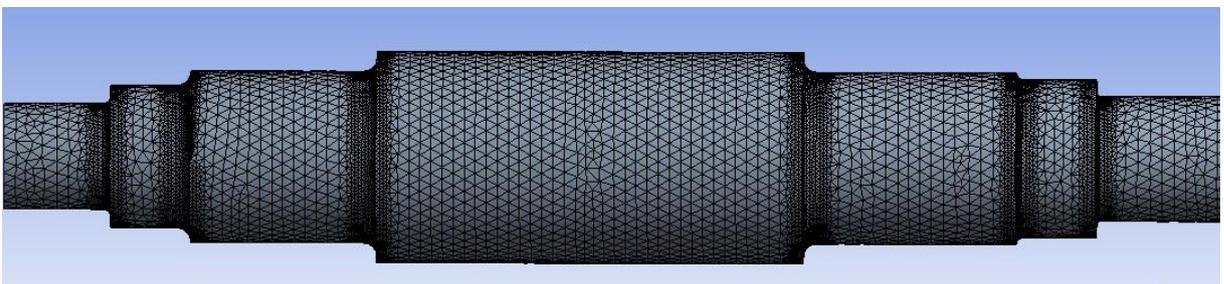


Fonte: O autor (2019)

Refinamento nos raios de transição – pode ser feito de várias maneiras, no entanto, a mais simples é opção Refinement, através do comando: Mesh> Insert> Refinement Geometry – as faces onde a malha será refinada, nesse caso as superfícies do raio de transição;

Refinement – o número significa quantas vezes o tamanho será reduzido, que para esse eixo será 1, fazendo com que o valor inicial 3 mm, seja dividido pela metade; Após a criação da malha a ser efetuado o refinamento da malha nos raios de transição, podemos visualizar na figura 29 o eixo com a malha já aplicada.

Figura 29: Eixo com a malha aplicada



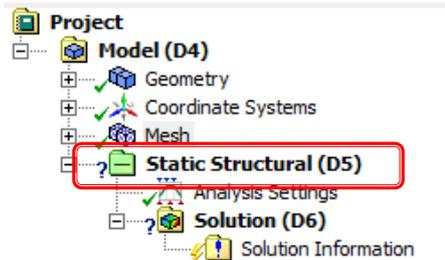
Fonte: O autor (2019)

### 3.4 – Setup – Aplicação das condições de contorno e carregamento

A opção “Setup” é o ambiente onde utilizamos para aplicarmos as condições de contorno e carregamentos no modelo. Conforme foi feito no ambiente Geometry, as linhas serão utilizadas para aplicar as restrições.

Na opção Static Structural encontramos as opções para aplicação de condições de contorno e carregamentos, como podemos ver na figura 30.

Figura 30: Opção para aplicação de condições de contorno e carregamentos.



Fonte: Kim, Nam-Ho

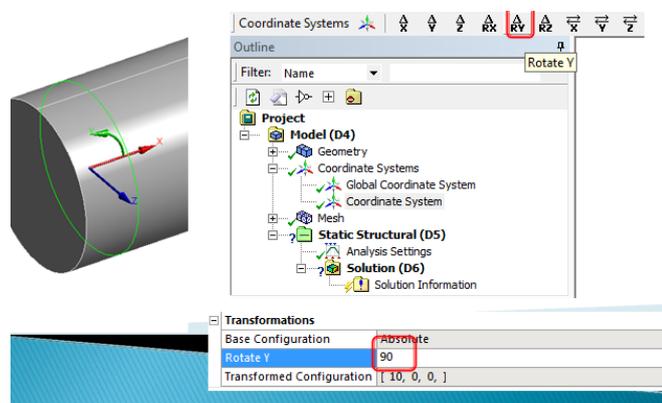
Serão aplicadas restrições no sentido radial e para isso será necessário criar sistemas de coordenadas cilíndricas. Para isso na árvore temos a figura dos sistemas de coordenadas, com a opção Insert, criamos um sistema de coordenada local. Quando se cria sistemas coordenadas locais, esse vem com padrão sendo cartesiano, para alterar é preciso seguir o seguinte passo-a-passo:

Type – escolher a opção Cylindrical;

Geometry – escolher a linha criada para o apoio

De acordo com a figura abaixo, o eixo axial Z não está posicionado na direção axial do modelo (eixo), para colocar o eixo Z na direção axial, basta dar uma rotação no eixo y de  $90^\circ$ , conforme a figura 31:

Figura 31: Rotação de  $90^\circ$  no eixo y

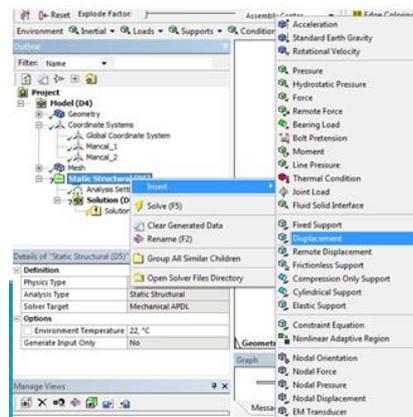


Fonte: Kim, Nam-Ho

A aplicação das condições de contorno deve ser feita através das linhas, utilizando as coordenadas cilíndricas criadas. Aplicamos condições de contorno através do comando: Static Structural> Insert> Displacement

Em geometry, seleciona-se as linhas de apoio do mancal 1 e sem seguida coordinate System, onde deve-se selecionar o sistema de coordenada cilíndrica mancal 1, conforme a figura 32:

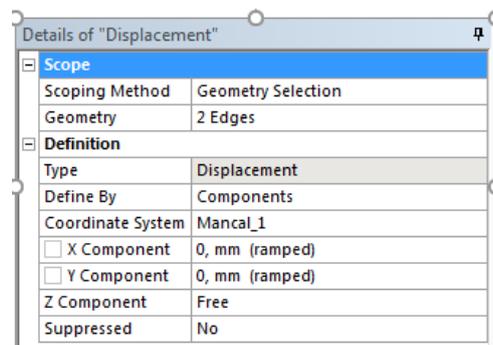
Figura 32: Criação das coordenadas cilíndricas



Fonte: Kim, Nam-Ho

Para definir as restrições, deve-se selecionar Displacement. Em seguida, deve-se definir valores para as restrições das componente x que equivale ao raio e no sentido radial o seu deslocamento é zero, e a componente y equivale o ângulo de rotação e eixo não rotaciona, portanto  $y=0$ . Apesar de aparecer mm, y é rotação, conforme a figura 33.

Figura 33: Definição das restrições



Fonte: Kim, Nam-Ho

É repetido o processo para o segundo apoio, restringindo deslocamento radial e rotação.

A última restrição aplicada, é o deslocamento no sentido axial do eixo, em relação ao sistema de coordenada global. Para não haver movimento no sentido horizontal. Para aplicar restrição no sentido axial, utilizaremos o ponto criado na face do eixo, lembrando que em relação ao sistema global de coordenadas, o eixo x é o axial. A figura 34 ilustra a restrição aplicada no sentido axial do eixo.

Figura 34: Restrição aplicada no sentido axial do eixo

Details of "Displacement 3"	
[-] Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Vertex
[-] Definition	
Type	Displacement
Define By	Components
Coordinate System	Global Coordinate System
<input checked="" type="checkbox"/> X Component	0, mm (ramped)
<input type="checkbox"/> Y Component	Free
<input type="checkbox"/> Z Component	Free
Suppressed	No

Fonte: Kim, Nam-Ho

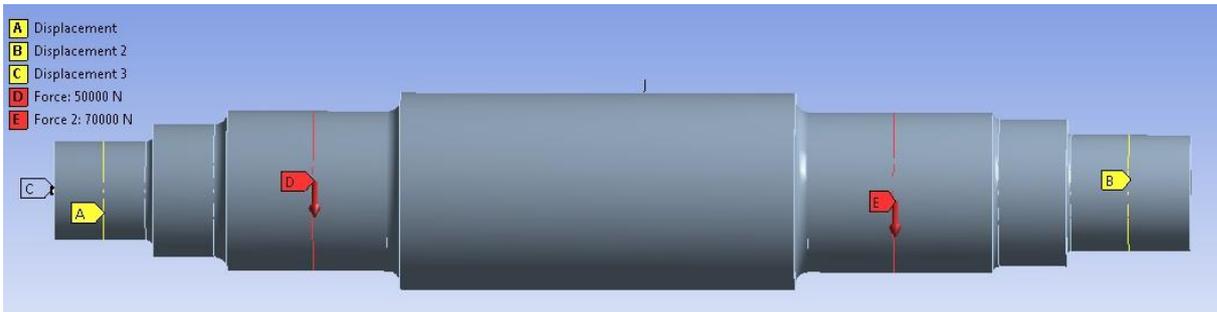
A força, é feita através da linha para carga e na vertical para baixo, pelo comando: Static Structural> Insert> Force.

Geometry – as linhas criadas para carga;

Define by – components, que são as componentes cartesianas;

Coordinate system – em relação ao sistema global;

Para o carregamento à esquerda do eixo, será adotada uma força  $F_1=50.000\text{N}$  e para o carregamento à direita do eixo será adotada uma força  $F_2=70.000\text{N}$ , como pode ser observado na figura 35.

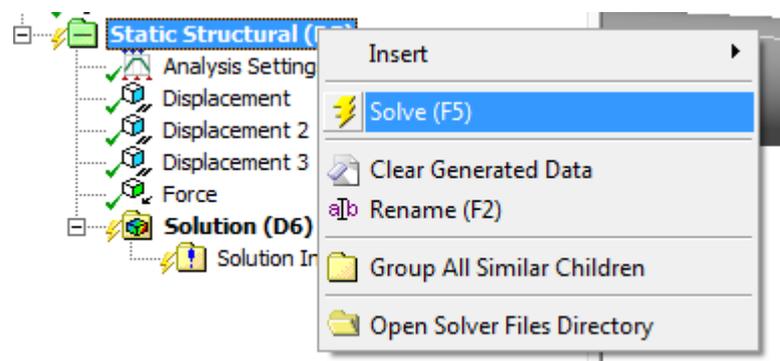
Figura 35: Aplicação das forças  $F_1$  e  $F_2$ .

Fonte: O autor (2019)

### 3.5 – Solução

Após criação da malha, aplicação das condições de contorno e carregamento, o próximo passo é a solução selecionando o comando “Static structural”, e em seguida “Solve”, como mostra a figura 36.

Figura 36- Solução

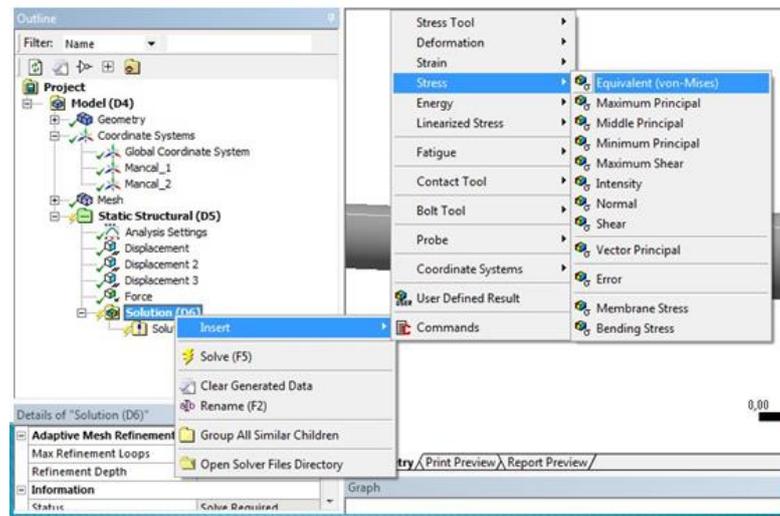


Fonte: Kim, Nam-Ho

### 3.6 – Resultados

Os resultados gerados, são deslocamentos, que através da lei de Hooke são utilizados para calcular as tensões. Para gerar as tensões, é necessário acessar o comando “Solution”, inserir “Stress” e em seguida “Equivalent Von Mises”, conforme a figura 37.

Figura 37: Gerando a tensão de Von Mises

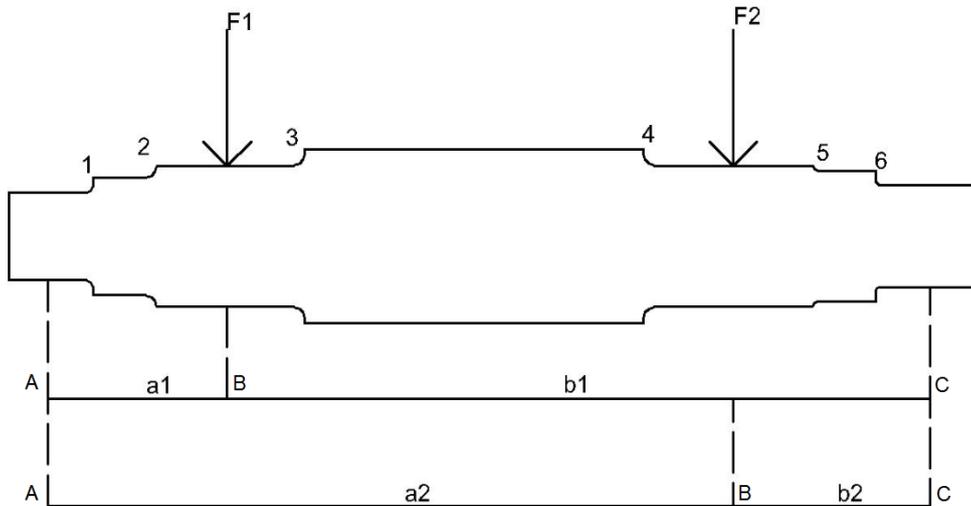


Fonte: Kim, Nam-Ho

### 3.7 – Cálculos analíticos

Os cálculos analíticos foram baseados em todo o conhecimento adquirido durante a vida acadêmica dos autores do trabalho. Para elaborar tais cálculos, obtivemos o máximo momento fletor em cada ponto de concentração de tensão, ou seja, nos raios de transição do eixo-árvore. A figura 38 ilustra o modelo do eixo com as cargas  $F_1$  e  $F_2$  aplicadas gerando flexão, os pontos onde serão calculadas as referidas tensões de flexão e as distâncias das cargas aos apoios. Para efeito de cálculo, deve-se ressaltar que as distâncias  $a_1$  e  $b_1$  são as medidas relacionadas a carga  $F_1$ , e as distâncias  $a_2$  e  $b_2$  consequentemente estão relacionadas a carga  $F_2$ .

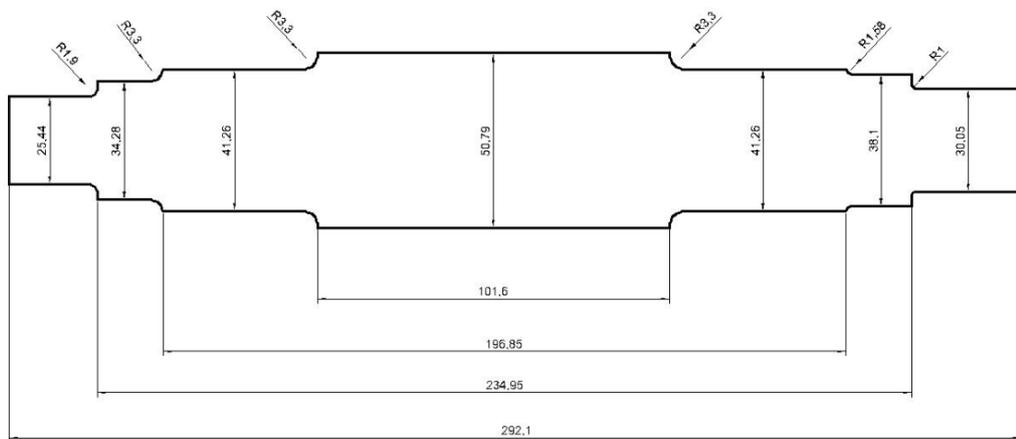
Figura 38: Eixo-árvore com cargas aplicadas



Fonte: O autor (2019)

A figura 39 ilustra todas as medidas que a geometria contém, e pode ser visualizada a seguir.

Figura 39: Medidas da geometria, em [mm].



Fonte : O autor (2019).

Para calcular os momentos fletores, foram utilizadas as seguintes fórmulas:

$$M_{fAB} = \frac{F \times b \times x}{L}$$

$$M_{fBC} = \frac{F \times a \times (L-x)}{L}$$

Onde :

x: distância entre o centro do apoio até o ponto de concentração de tensão que deverá ser calculado.

Após obter os valores máximos de momento fletor e obter o valor do módulo de resistência a flexão, deverá ser calculado a tensão combinada de Von Mises através da seguinte fórmula:

$$\sigma_{\text{Von Mises}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

Como  $\tau=0$ , então:

$$\sigma_{\text{Von Mises}} = \sigma$$

Em seguida, após os cálculos das tensões, deve-se obter os valores de  $K_t$  que são os fatores multiplicadores de concentração de tensão. Esses valores são obtidos através do gráfico 1, citado nesse trabalho anteriormente. Após obter os valores de  $K_t$ , surge então a tensão corrigida pelo fator de concentração de tensão através da fórmula a seguir:

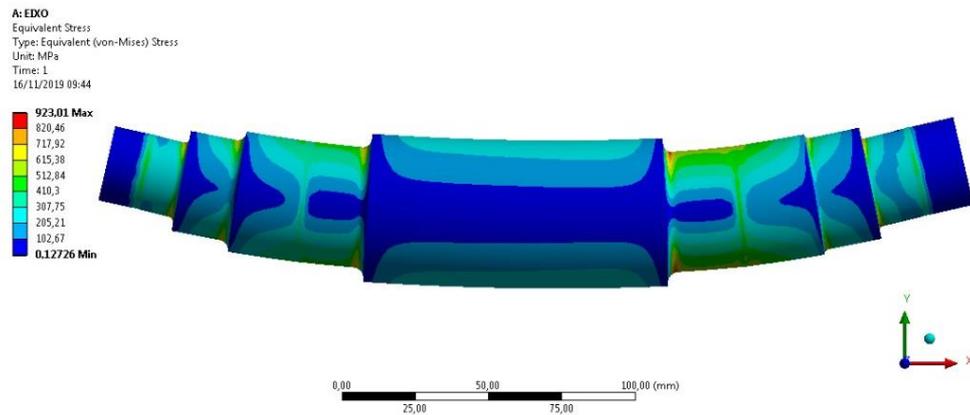
$$\sigma_{kt} = \sigma_{\text{Von Mises}} * k_t$$

Após realizar esse cálculo, podemos obter o valor máximo com concentração em qualquer ponto do elemento analisado.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Através dos resultados gerados pelo programa computacional Ansys Workbench, podemos visualizar as tensões nos pontos mais críticos, ou seja, os pontos que estão localizados nos raios de transição do eixo-árvore, conforme a figura 40.

Figura 40: Resultado gerado pelo Ansys Workbench



Fonte: O autor (2019)

Na tabela 1 abaixo, foi feito um comparativo entre os resultados dos cálculos de tensões analíticos ministrados pelos professores da Universidade de Taubaté com os resultados gerados pelo programa Ansys Workbench.

Tabela 1:Comparativo de resultados

Pontos	Analítico				Ansys	Desvio (%)
	Momento Mf (Nmm)	kt	$\sigma$ (MPa)	$\sigma_{kt}$ (MPa)	$\sigma_{atuante}$ (MPa)	
1	708.445,78	1,62	438,30	710,02	718,00	1,1
2	1.771.114,46	1,63	447,84	729,98	674,00	8,3
3	3.139.424,70	1,69	455,26	769,39	742,00	3,7
4	3.726.990,96	1,69	540,47	913,39	864,00	5,7
5	2.242.774,10	1,78	413,06	735,25	670,00	9,8
6	1.019.442,77	2,29	382,67	876,32	877,00	0,1

Fonte: O autor (2019)

## 6 CONCLUSÃO

Ao realizar a comparação entre os resultados de tensões obtidos pelo programa computacional Ansys Workbench com os resultados obtidos através de cálculos analíticos, podemos perceber que há uma similaridade entre as respostas obtidas. Mesmo havendo uma diferença entre os resultados obtidos, essa variação não ultrapassa de 10%, sendo esta uma diferença tolerável.

Devemos levar em consideração que o programa consiste em dividir um elemento em diversas regiões, mantendo-os interconectados através de “nós”, e que

para cada “nó” há uma tensão diferente. Dessa forma, justifica-se a diferença entre os resultados analíticos e os resultados obtidos através do Ansys.

Dessa forma, podemos concluir a eficácia do software utilizado e o quão importante ele pode ser em casos mais complexos de elementos relacionados a engenharia.

Comparar os resultados obtidos pelo método de elementos finitos com os resultados analíticos é uma maneira de validar o modelo de MEF.

## REFERÊNCIAS

BEER, F. P.; JOHNSTON JÚNIOR, E. R. **Mecânica dos materiais**: 5. ed. Rio de Janeiro: Makron Books, 1995. v. 1, 793 p.

HIBBELER, R.C.; **Resistência dos Materiais**: 7.ed: Person Prentice, 1995. v. 637 p.

BOVO, L.A.; **APOSTILA DE SISTEMAS MECÂNICOS**: Revisão D, 2006. v. 315 p.

SIGLEY; BUDYNAS R.G; NISBETT J. K. **Elementos de máquinas**: 8.: Buckman, 2011. v. 1083 p

KIM, NAM-HO; SANKAR, BHAVANI . **Introdução à análise e ao Projeto em Elementos Finitos**: Flórida:Genio, 2008.v. 353 p.

Método dos elementos Finitos. Disponível em:

<[https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/118382/braga\\_id\\_tcc\\_guara.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/118382/braga_id_tcc_guara.pdf?sequence=1&isAllowed=y)> Acesso em: 04 de Agosto de 2019 às 14h40min.

SILPA. Disponível em:

<<http://silpa.com.br/product/eixo-auxiliar-cubo-10-furos.2.html>> Acesso em: 04 de Novembro de 2019 às 20h40min.

REVISTA PELLEGRINO. Disponível em: < <http://pellegrino.com.br/revista/58/por-dentro-da-transmissao>> Acesso em: : 04 de Novembro de 2019 às 20h47min.

JOÃO PAULO. Disponível em: < <https://blogdescalada.com/mosquetao-daniel-woods/> > Acesso em: 04 de Novembro de 2019 às 21h01min.

GUILHERME AUGUSTO. Disponível em:

< <https://www.ebah.com.br/content/ABAAAAqooAJ/sistema-biela-manivela-analise-dinamica>> Acesso em: 04 de Novembro de 2019 às 21h04min.

MARCOS SOUSA LENZI. Disponível em : < <https://docplayer.com.br/15720504-Torca-deformacao-por-torca-de-um-eixo-circular.html>> > Acesso em: 04 de Novembro de 2019 às 21h10min.

DANIEL DE LEON MARTINEZ. Disponível em:

< [https://pt.wikipedia.org/wiki/Flex%C3%A3o\\_\(f%C3%ADsica\)](https://pt.wikipedia.org/wiki/Flex%C3%A3o_(f%C3%ADsica))> Acesso em : 04 de Novembro de 2019 às 21h56min.

Ricardo Santiago. Disponível em:

< <https://www.passeidireto.com/pergunta/40636418/forum-mecanica-e-resistencia-dos-materiais>> Acesso em: 04 de Novembro de 2019 às 22h04min.

NORTON. Disponível em: < <https://www.coursehero.com/file/35903447/1-PROJETO-DE-EIXOS-2018pdf/>> Acesso em: : 04 de Novembro de 2019 às 22h27min.

AFINKO. Disponível em: < <https://afinkopolimeros.com.br/ensaio-de-tracao/diagrama-tipico-de-tensao-versus-deformacao-para-um-metal-ductil-submetido-a-tensao/>> Acesso em: 04 de Novembro de 2019 às 22h30min.

LUIZ EDUARDO. Disponível em:

<<http://miscelaneadoconhecimento.com/ResMat/tracao-compressao.html>> Acesso em: 04 de Novembro de 2019 às 22h49min.

DAMIANO. Disponível em: < <https://slideplayer.com.br/slide/1366694/>> Acesso em: 04 de Novembro de 2019 às 22h56min.

REVISTA CIENTÍFICA VOZES DOS VALES. Disponível em:

<<http://site.ufvjm.edu.br/revistamultidisciplinar/files/2016/09/JMS01.pdf>> Acesso em: 04 de Novembro de 2019 às 23h04min.

LUIZ FERNANDO TRONCO. Disponível em: < <https://docplayer.com.br/49550593-Desenvolvimento-de-procedimento-para-a-realizacao-de-ensaio-de-fadiga-por-flexao-rotativa-e-obtencao-da-vida-em-fadiga-da-liga-aa6063-t6.html>> Acesso em: 04 de Novembro de 2019 às 23h09min.