

UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ
ERICA GENEROSO LIMA

**ANÁLISE DOS MODELOS MATEMÁTICOS PARA
DETERMINAR A DISTÂNCIA DE DECOLAGEM DA
AERONAVE PARA A COMPETIÇÃO SAE BRASIL
AERODESIGN 2018**

Taubaté - SP
2019

ERICA GENEROSO LIMA

**ANÁLISE DOS MODELOS MATEMÁTICOS PARA
DETERMINAR A DISTÂNCIA DE DECOLAGEM DA
AERONAVE PARA A COMPETIÇÃO SAE BRASIL
AERODESIGN 2018**

Trabalho de Graduação apresentado para obtenção
do Certificado de Bacharel em Engenharia
Aeronáutica do Departamento de Engenharia
Mecânica da Universidade de Taubaté.
Área de Concentração: Engenharia Aeronáutica.

Orientador: Prof. Me. Paulo de Tarso de Moraes
Lobo

**Taubaté - SP
2019**

SIBi – Sistema Integrado de Bibliotecas / UNITAU

L732a Lima, Erica Generoso
Análise dos modelos matemáticos para determinar a distância de decolagem da aeronave para a competição SAE Brasil Aerodesign 2018 / Erica Generoso Lima. -- 2019.
41 f. : il.

Monografia (graduação) – Universidade de Taubaté, Departamento de Engenharia Mecânica e Elétrica, 2019.
Orientação: Prof. Me. Paulo de Tarso de Moraes Lobo, Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Desempenho. 2. Distância de decolagem. 3. Aerodesign. 4. SAE Brasil Aerodesign I. Graduação em Engenharia Aeronáutica. II. Título.

CDD – 629.13

Ficha catalográfica elaborada por Shirlei Righeti – CRB-8/6995

ERICA GENEROSO LIMA

**ANÁLISE DOS MODELOS MATEMÁTICOS PARA DETERMINAR A DISTÂNCIA
DE DECOLAGEM DA AERONAVE PARA A COMPETIÇÃO SAE BRASIL
AERODESIGN 2018**

Trabalho de Graduação apresentado para obtenção do Certificado de Graduação do curso de Engenharia Aeronáutica do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Taubaté.

DATA: 22/11/2019

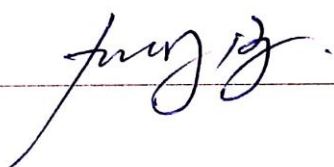
RESULTADO: 10.0

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Me. Paulo de Tarso de Moraes Lobo

UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ

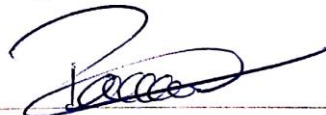
Assinatura: _____



Prof. Pedro Augusto da Silva Alves

UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ

Assinatura: _____



22/Novembro/2019

DEDICATÓRIA

Aos meus avós, Albina Pascoato Generoso e Urbano Generoso, à minha mãe Ana Maria Generoso, ao meu pai de coração Paulo Sergio Generoso e ao meu namorado Filipe Ferreira Caetano, que sempre me incentivaram e contribuíram para a realização desse sonho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, que nunca me desamparou nos momentos de angústia e desespero. Sem ele, nada disso seria possível.

Aos meus avós, à minha mãe e ao meu tio, que me apoiaram com palavras de incentivo e que compreenderam a minha ausência ao longo desses anos de graduação.

Ao meu companheiro e namorado Filipe Ferreira Caetano, que sempre me deu apoio para vencer esta etapa da minha vida acadêmica e que suportou as minhas crises de estresse. Obrigada por tudo.

Aos meus amigos que fiz nesta instituição de ensino e aqueles que mesmo distante, me ofereceram palavras de inspiração, meu muito obrigado.

A todos os professores que durante esses cinco anos compartilharam seus conhecimentos comigo e que não hesitaram em esclarecer as minhas dúvidas. Um agradecimento especial ao meu orientador e coorientador que me auxiliaram na execução deste trabalho.

A Universidade de Taubaté, pela oportunidade que tive em poder fazer o curso de Engenharia Aeronáutica, por me oferecer professores maravilhosos e também ao pessoal do administrativo, da limpeza e todas as pessoas que contribuíram direta ou indiretamente.

E ao pessoal da biblioteca, direção e secretaria do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Taubaté, por sempre me auxiliarem nesses últimos anos.

EPÍGRAFE

“ A vida não é fácil para nenhum de nós. Mas e daí? Nós devemos ter persistência e, acima de tudo, confiança em nós mesmos. Devemos acreditar que somos talentosos em alguma coisa, e que essa coisa, a qualquer custo, deve ser alcançada. ”

(MARIE SKŁODOWSKA CURIE)

RESUMO

O desempenho na decolagem de uma aeronave é uma etapa muito importante na Engenharia Aeronáutica e, portanto, torna-se de extrema relevância a compreensão das análises realizadas neste estudo. Este trabalho apresenta uma análise de diversas modelagens matemáticas para estabelecer o comprimento de pista necessário para que a aeronave rádio controlada utilizada na competição SAE BRASIL *Aerodesign* decole e assim, consiga dar início na sua missão. A pesquisa desenvolvida tem como base realizar uma comparação de equações que tem origem da 2ª Lei de Newton, para que seja aplicada na área de desempenho de aeronaves na equipe AeroTau *Aerodesign* 2018. Verificou-se que uma equação desenvolvida por um renomado especialista na área aeronáutica se aplica melhor a realidade da equipe e do projeto aeronáutico de uma aeronave radio controlada. A partir dos resultados obtidos e comprovados por meio dos testes em voo, podemos concluir que o estudo, a otimização e aplicabilidade da modelagem matemática para determinar a distância de decolagem é de grande valia para a equipe, que rendeu bonificações nos dias de competição.

Palavras-chave: Desempenho. Distância de decolagem. Engenharia Aeronáutica. *Aerodesign*. Competição SAE BRASIL *Aerodesign*. Aeronave rádio controlada.

ABSTRACT

The takeoff performance of an aircraft is a very important step in Aeronautical Engineering and, therefore, the understanding of the analyzes performed in this study becomes extremely relevant. This paper presents an analysis of the various mathematical modeling to define the required runway length for an aircraft controlled by SAE BRASIL competition-controlled aircraft. Decoding and aerodynamic design and thus starting its mission. Research developed is based on a comparison of equations that originates from Newton's 2nd Law to be applied to the AeroTau Aerodesign 2018 team's aircraft performance area. Verify that an equation developed by a renowned aeronautical expert applies better team reality and the aeronautical design of a radio controlled aircraft. From the results obtained and proven by half of the flight tests, we can conclude the study, an optimization and applicability of mathematical modeling to determine the distance from great takeoff to great value for a team that received bonuses on competition days.

KEYWORDS: Performance. Take-off distance. Aeronautic Engineering. *Aerodesign*. Competition SAE BRASIL *Aerodesign*. Radio controlled aircraft.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Forças na aeronave na corrida de solo	19
Figura 2 – Distância de decolagem por Roskam	20
Figura 3 – Distância total de decolagem	21
Figura 4 – Restrição de decolagem.....	22
Figura 5 – Sistema de sensoriamento sem fio	22
Figura 6 – Forças que atuam na aeronave	24
Figura 7 – Representação do procedimento de decolagem	24
Figura 8 – Distância de decolagem percorrida pela aeronave	33
Figura 9 – Decolagem da aeronave da equipe AeroTau Aerodesign	33

LISTA DE GRÁFICO

Gráfico 1 – Curva de Tração disponível em função da velocidade.....	27
Gráfico 2 – Distância de decolagem x TOW.....	31
Gráfico 3 – Área de análise da decolagem x TOW	32

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANAC	Agência Nacional de Aviação Civil
FAA	<i>Federal Aviation Administration</i>
FAR	<i>Federal Aviation Regulations</i>
GMP	Grupo Moto Propulsor
MTOW	<i>Maximum Take-Off Weight</i>
RBAC	Regulamento Brasileiro da Aviação Civil
SAE	<i>Society of Automotive Engineers</i>
CAPI	Clube de Aerodelismo de Pindamonhangaba

LISTA DE SÍMBOLOS

L	Força de sustentação
D	Arrasto aerodinâmico
mg	Peso da aeronave
μ_R	Força de atrito em relação ao solo
T	Tração
V	Velocidade do vento relativo
x_1	Comprimento de pista necessário na corrida de solo por Russell
A	Constante gerada pelo GMP para simplificar a equação
B	Constante gerada pelo GMP para simplificar a equação
k_1	Constante aerodinâmica
k_2	Constante aerodinâmica
W	Peso da aeronave
S	Área da asa
ρ	Densidade do ar
CL_{maxTO}	Coefficiente de sustentação máxima na decolagem
P	Força propulsiva gerado pelo GMP
μ_G	Atrito do trem de pouso no solo
CD_0	Coefficiente de arrasto total aerodinâmico
S_{TOG}	Distância de decolagem por Roskam
g	Gravidade
CL_{max}	Coefficiente de sustentação máxima
μ	Coefficiente de atrito no solo
V_{lo}	Velocidade de decolagem
S_{L0}	Distância total de decolagem por Anderson
F_A	Força de arrasto

F_S	Força de sustentação
R	Força de atrito do rolamento do trem de pouso com o solo
$S_d \text{ atan}$	Distância de decolagem através do arco tangente
$S_d \ln$	Distância de decolagem através do logaritmo neperiano
F_R	Força resultante
m	Massa do corpo
v	Velocidade do corpo
t	Tempo do movimento
a	Aceleração do corpo
S_d	Distância de decolagem
a_T	Constante originada da curva de trações
b_T	Constante originada da curva de trações
c_T	Constante originada da curva de trações
T_0	Tração estática
U_0	Velocidade do vento frontal
$(v + U_0)$	Velocidade da aeronave relativa ao escoamento
C_{A_total}	Coefficiente de arrasto total da aeronave
$C_{A\infty}$	Coefficiente de arrasto infinito
C_{Ai}	Coefficiente de arrasto induzido
C_{Ap}	Coefficiente de arrasto parasita
ϕ	Efeito solo
e_0	Fator de eficiência de Oswald
AR	Alongamento
b	Envergadura da asa
h	Distância entre a asa e o solo
T_A	Temperatura do ambiente
P_A	Pressão atmosférica no local

R_A	Constante universal do ar
ρ_∞	Altitude-densidade do local
R_m	Valor obtido no teste em campo
R_c	Valor calculado da equação de distância de decolagem
In%	Incerteza da equação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	15
1.1	Objetivos	16
1.1.1	Objetivo Geral.....	16
1.1.2	Objetivo Específico.....	16
1.2	Delimitação do Estudo	16
1.3	Relevância do Estudo	17
1.4	Organização do Trabalho	17
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	18
2.1	Definição de Decolagem	18
2.2	Equações da Estimativa de Decolagem.....	18
2.2.1	Processo Desenvolvido por Russell.....	18
2.2.2	Processo Desenvolvido por Roskam.....	19
2.2.3	Processo Desenvolvido por Anderson	20
2.3	20ª Competição SAE BRASIL <i>Aerodesign</i> 2018.....	21
2.3.1	Restrição	21
2.4	Verificação da Modelagem Matemática Implantada.....	22
3	METODOLOGIA.....	23
3.1	Classificação do Método de Pesquisa Implantado	23
3.2	Metodologia Aplicada na Equipe AeroTau <i>Aerodesign</i> 2018.....	23
3.2.1	Desenvolvimento da Modelagem Matemática.....	25
3.2.1.1	Iteração da Equação (1).....	26
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	30
4.1	Comparação da Modelagem Matemática	30
4.2	Teste em Campo	32
4.3	Incerteza da Equação	33
5	CONCLUSÃO.....	35
	REFERÊNCIAS	36

ANEXO A – PARÂMETROS INICIAIS DO CÁLCULO DA DECOLAGEM.....	38
ANEXO B – COMPARAÇÃO DAS DISTÂNCIAS DE DECOLAGEM.....	39

1 INTRODUÇÃO

A competição SAE BRASIL *Aerodesign* teve o seu início em 1999, que tem como objetivo principal disseminar os princípios conceituais da aviação aos estudantes de exatas relacionados a mobilidade, afim de, estimular a pesquisa, trabalhar em equipe e planejar modelos aeronáuticos para alcançar os objetivos propostos no regulamento de cada categoria da competição (desde o projeto conceitual até a sua construção e testes de aferição em campo), publicado anualmente, reunindo equipes de diversos locais da América Latina. Todos os anos a associação promove a competição no aeroporto da cidade de São José dos Campos, localizado na macrorregião Vale do Paraíba em São Paulo (SAE BRASIL, 2018).

Com o interesse de participar da competição SAE BRASIL *Aerodesign* na categoria Regular para o desenvolvimento de uma aeronave rádio controlada que suporte carregar uma maior carga paga mantendo uma qualidade de voo, criou-se no final de 2015 um projeto acadêmico no Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Taubaté. A partir da criação do projeto acadêmico, formou-se uma equipe chamada *AeroTau Aerodesign*, que iniciou sua trajetória no Torneio de Acesso à Competição SAE BRASIL *Aerodesign* no ano de 2016.

De acordo com Rodrigues (2015), um dos pontos primordiais para o êxito do projeto aeronáutico destinado a participar na competição *Aerodesign* na classe Regular é a análise do desempenho durante a corrida de decolagem da aeronave para que seja transportada a maior carga paga sustentada pelo projeto criado. De acordo com o regulamento da competição, ocorre uma restrição no comprimento de pista necessário para a decolagem e com isso, a capacidade de a aeronave decolar com a maior carga paga é afetada.

Com base neste contexto, pode-se afirmar que o estudo do desempenho no momento da decolagem da aeronave, onde a aeronave inicia o seu perfil de voo é de extrema necessidade para que ela obtenha o máximo de pontuação nos dias de competição de voo. Com isso, observando o interesse da equipe em criar uma metodologia mais precisa para a obtenção da distância da decolagem, aplicamos a análise da modelagem matemática de três autores específicos na área de concentração de desempenho de aeronaves, a partir da 2ª Lei de Newton (equações com princípio fundamental da dinâmica).

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Este projeto de pesquisa tem como intuito realizar uma metodologia de comparações de equações de diversos autores especializados em engenharia aeronáutica no quesito de desempenho da decolagem, visando uma aeronave que cumpra sua missão em todas as baterias de voo na 20ª Competição SAE BRASIL *Aerodesign*.

1.1.2 Objetivo Específico

Visando atingir o objetivo principal, alguns objetivos específicos foram requeridos para a realização da modelagem matemática:

- ✓ Justificar as metodologias existentes para análise de modelos matemáticos do processo de decolagem a partir da utilização da 2ª Lei de Newton (lei fundamental da dinâmica);
- ✓ Modelar o processo de decolagem através da obtenção de dados, de análises e ensaios em campo utilizando o sistema de telemetria para aferir os resultados obtidos com a utilização da metodologia empregada;
- ✓ Realizar a discussão dos resultados obtidos.

1.2 DELIMITAÇÃO DO ESTUDO

O desenvolvimento do estudo de caso foi realizado na equipe AeroTau *Aerodesign*, localizada no laboratório de *Aerodesign* do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Taubaté. A equipe é inteiramente formada por alunos dos cursos de engenharia e está há mais de três anos produzindo aeronaves rádio controladas para participar da competição SAE BRASIL *Aerodesign*.

Após um ano de aquisição de conhecimentos relacionados ao projeto, foi comprovado a necessidade de uma aplicação de uma metodologia de desempenho focado na estimativa precisa do comprimento de pista necessário para a aeronave decolar.

1.3 RELEVÂNCIA DO ESTUDO

A abordagem do tema neste trabalho tem como principal importância a aplicação da metodologia da análise de modelagem matemática, objetivando a melhoria para determinar a distância da decolagem da aeronave rádio controlada destinada a participar da competição. Desse modo, a base da metodologia aplicada corresponde a utilização dos conceitos de desempenho de decolagem, aliado com a realização dos testes em campo.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho apresentado está organizado em capítulos e subcapítulos. No primeiro capítulo são exibidas as justificativas para a realização do estudo desse trabalho, a sua organização e os seus objetivos.

O segundo capítulo expõe as literaturas utilizadas para descrever o desempenho de aeronaves e a comparação de equações de decolagem, juntamente com a restrição estabelecida pela competição.

O terceiro capítulo explica a metodologia que foi utilizada na equipe AeroTau *Aerodesign* 2018, que apresenta a classificação da pesquisa e como foi implantado a modelagem matemática.

No quarto capítulo são exibidas as etapas do desenvolvimento desta até chegar no quinto capítulo, em que se é apresentado os resultados esperados com a metodologia aplicada.

O quinto capítulo evidencia a conclusão obtida através da modelagem matemática que melhor se aplicou na realidade da equipe AeroTau *Aerodesign* na competição de 2018, sendo aferida pelos testes em campo.

E, por último, foram exibidas todas as referências que foram consultadas neste estudo de caso.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo trata de apresentar a definição de decolagem de acordo com o órgão regulamentador da aviação civil, a demonstração das estimativas de decolagem de acordo com alguns autores de referência em projeto aeronáutico, posteriormente sobre a restrição da 20ª Competição SAE BRASIL *Aerodesign* e como será realizado a verificação da distância de decolagem.

2.1 DEFINIÇÃO DE DECOLAGEM

De acordo com a ANAC (2014) que é a Agência Nacional de Aviação Civil, homologou-se o RBAC (Regulamento Brasileiro da Aviação Civil) nº 23.53 que consta na emenda nº 62, onde descreve os requisitos de aeronavegabilidade na área de desempenho de decolagem para as aeronaves das categorias acrobáticas, normal, transporte regional e de utilidade. Os requisitos obrigatórios para que a decolagem ocorra através da distância e que consiga subir a uma altura de 50 pés (15,24 metros) acima do plano de decolagem é estabelecido pelo peso, temperatura e altitude, na qual é limitado pelo sistema operacional de decolagem, de acordo com a potência em cada motor no momento da decolagem, da utilização dos flapes, se caso houver e, do trem de pouso na posição estendida.

2.2 EQUAÇÕES DA ESTIMATIVA DE DECOLAGEM

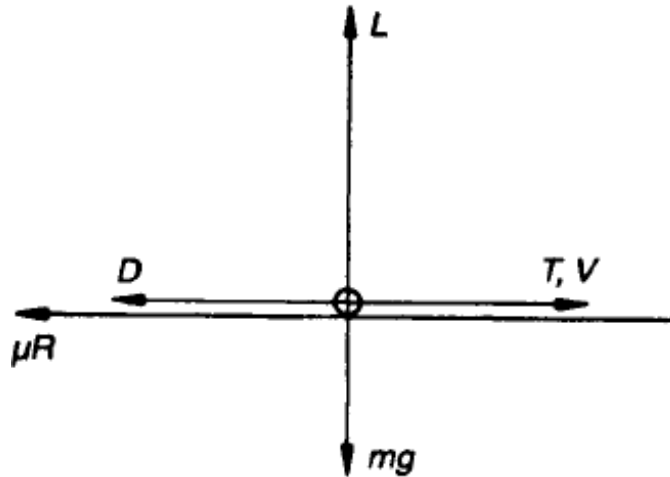
Apresentação das estimativas para o desenvolvimento da comparação das equações do comprimento de pista necessário para a decolagem da aeronave dividido pelos respectivos autores, Russell (1996), Roskam (1997) e Anderson (1999).

2.2.1 Processo Desenvolvido por Russell

De acordo com o Russell (1996), para estimar o comprimento de pista necessário para decolagem na qual é uma das partes fundamentais no processo de decolagem, são formados por 4 etapas, sendo: Corrida em solo; Rotação; Inclinação e Subida inicial. A caracterização da corrida em solo é fundamental para saber o quanto de pista será utilizado para que a aeronave

prossiga para iniciar a rotação. Com isso, precisa-se entender as forças atuantes na aeronave na corrida de solo, L é igual a força de sustentação, D arrasto aerodinâmico, mg é o peso da aeronave, μR força de atrito em relação ao solo, T é a tração e V é a velocidade do vento relativo, de acordo com a Figura (1).

Figura 1 – Forças na aeronave na corrida de solo



Fonte: (RUSSELL, 1996)

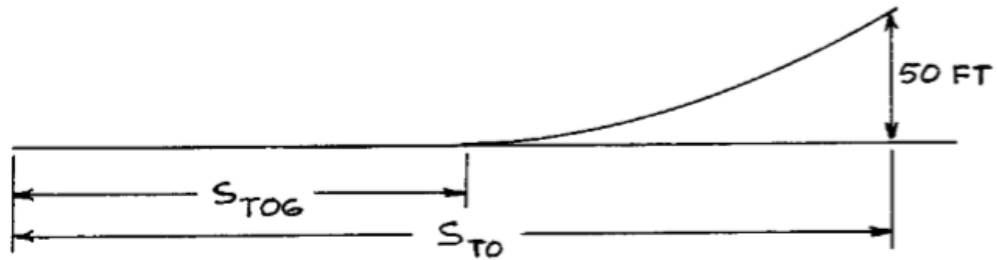
Na equação do Russell (1996): x_1 representa o comprimento de pista necessário na corrida de solo; A e B são constantes para simplificar a Equação (1).

$$x_1 = \frac{A}{2B} \ln \left| \frac{A}{A + BV^2} \right| \quad (1)$$

2.2.2 Processo Desenvolvido por Roskam

O equacionamento da estimativa do comprimento de pista necessário é influenciado por diversos fatores, sendo eles, aerodinâmicos e climáticos por meio de muitos experimentos com diversos modelos de aeronaves. Consistem em duas etapas o processo de decolagem, que são classificados em: força de sustentação gerada é menor do que o peso da própria aeronave e força sustentação maior ou igual ao peso da aeronave, ultrapassando o obstáculo, como pode-se observar na Figura (2).

Figura 2 – Distância de decolagem por Roskam



Fonte: (ROSKAM, 1997)

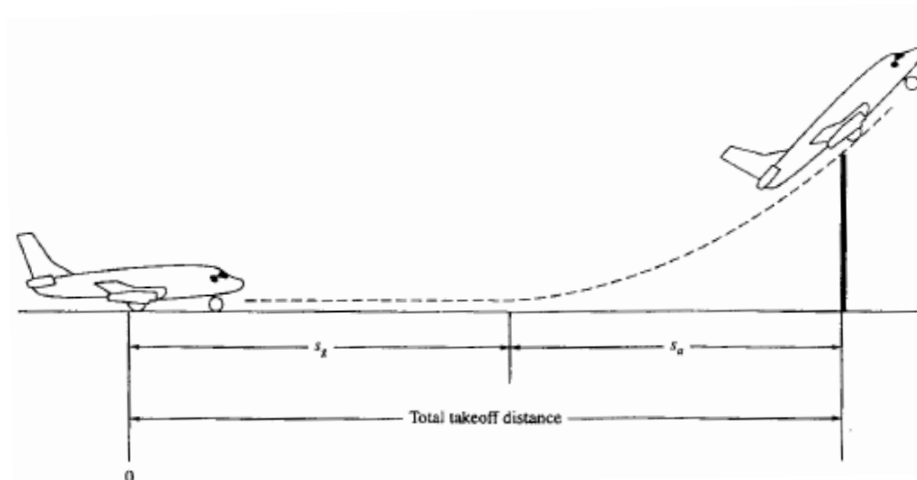
Como foi definido na Equação (2), k_1 e k_2 são constantes aerodinâmicas, W é peso, S significa a área da asa, ρ representa a densidade do ar, CL_{maxTO} constitui o coeficiente de sustentação máxima no momento da decolagem, P é a força propulsiva gerado pelo GMP (Grupo Moto Propulsor), μ_G representa o atrito do trem de pouso no solo e CD_0 significa o coeficiente de arrasto total aerodinâmico (ROSKAM, 1997).

$$S_{TOG} = \frac{k_1 \left(\frac{W}{S}\right)_{TO}}{\rho \{CL_{maxTO} [k_2 \left(\frac{P}{W}\right)_{TO} - \mu_G] - 0,72 CD_0\}} \quad (2)$$

2.2.3 Processo Desenvolvido por Anderson

Segundo Anderson (1999), caracteriza-se como decolagem total de uma aeronave quando momentos antes dela ultrapassar a distância pré-estabelecida pela FAR (*Federal Aviation Regulations*) 23, desenvolvido pelo FAA (*Federal Aviation Administration*), sendo divididas em duas fases. Na primeira fase, ocorre a corrida em solo até a aeronave atingir a velocidade de estol, onde o início do ângulo de inclinação. E na segunda fase, inicia-se após o ângulo de rolagem com a aeronave no ar até chegar próximo da superação na barreira determinada, de acordo com a demonstração na Figura (3).

Figura 3 – Distância total de decolagem



Fonte: (ANDERSON, 1999)

Na Equação (3) do Anderson (1999), o W representa o peso da aeronave, g é a gravidade, ρ massa específica do ar, S significa área da asa, CL_{max} caracteriza o coeficiente de sustentação máxima, T representa a tração, D é o arrasto aerodinâmico, μ coeficiente de atrito no solo e o L é a força de sustentação, tudo em função à 70% da velocidade de decolagem representado por V_{10} .

$$S_{L0} = \frac{1,44 \cdot W^2}{g \cdot \rho \cdot S \cdot C_{Lmax} \cdot \{ T - [D + \mu \cdot (W - L)] \}_{0,7v_{10}}} \quad (3)$$

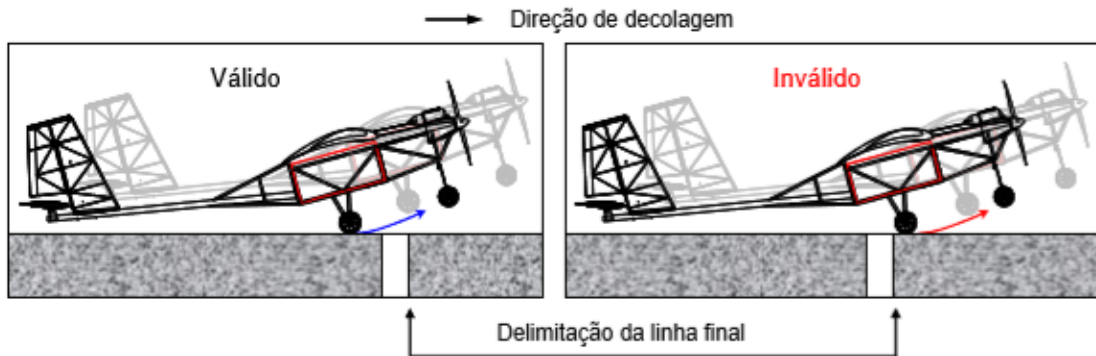
2.3 20ª COMPETIÇÃO SAE BRASIL AERODESIGN 2018

Evidenciar a restrição da distância que a aeronave necessita no momento da decolagem publicada pela SAE BRASIL Aerodesign 2018, referente a sua 20ª competição.

2.3.1 Restrição

O regulamento da 20ª Competição SAE BRASIL Aerodesign 2018 apresenta para essa edição a restrição que a decolagem seja realizada em até 60 metros para que ocorra a validação do voo e assim, receber as devidas bonificações, conforme pode-se observar na Figura (4). Deste modo, para que a equipe AeroTau Aerodesign obtenha uma boa colocação, a estimativa de decolagem da aeronave será o objetivo principal (SAE BRASIL, 2018).

Figura 4 – Restrição de decolagem

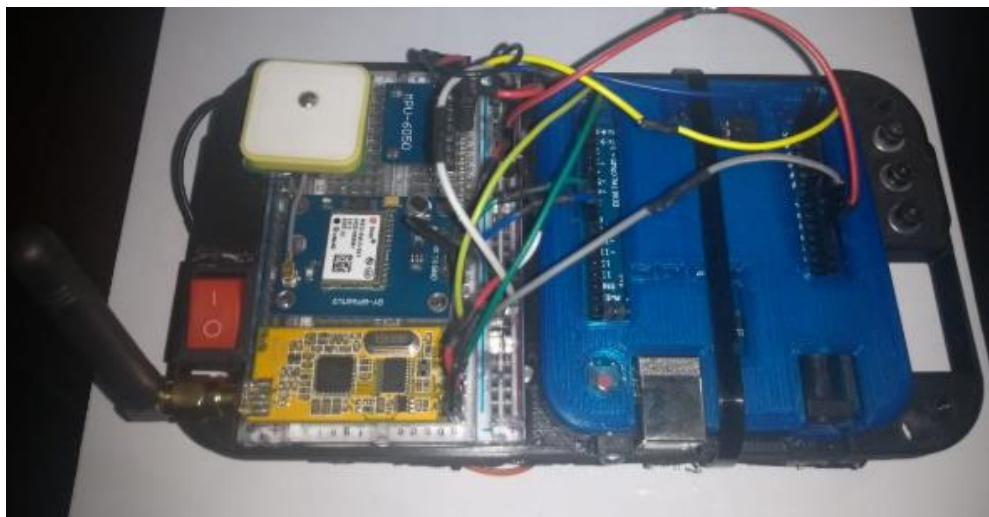


Fonte: (SAE BRASIL, 2018)

2.4 VERIFICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA IMPLANTADA

A partir dos estudos realizados por Silva (2018), o sistema de sensoriamento sem fio, também conhecido como telemetria, tem como princípio coletar os dados dos sensores embarcados na aeronave da equipe AeroTau *Aerodesign* e transmitir em tempo real para uma estação em terra, como observado na Figura (5). Sendo assim, possibilitando a medição da distância de decolagem da aeronave.

Figura 5 – Sistema de sensoriamento sem fio



Fonte: (SILVA, 2018)

3 METODOLOGIA

Neste capítulo, mostra a classificação do método de pesquisa e a metodologia que foi utilizada, que tem como base o estudo e a análise da estimativa de comprimento de pista necessário para a corrida de decolagem, respeitando a restrição pré-estabelecida pela competição.

3.1 CLASSIFICAÇÃO DO MÉTODO DE PESQUISA IMPLANTADO

A pesquisa de natureza exploratória de um estudo de caso é determinada através da verificação de fatos que ocorreram durante a concretização dos experimentos, tendo como exemplo, o levantamento de dados que o pesquisador deve reunir para analisar as possíveis causas e consequências da problemática do trabalho a ser explorado, a fim de obter uma resposta mais aprofundada do mesmo (GIL, 2002).

3.2 METODOLOGIA APLICADA NA EQUIPE AEROTAU *AERODESIGN* 2018

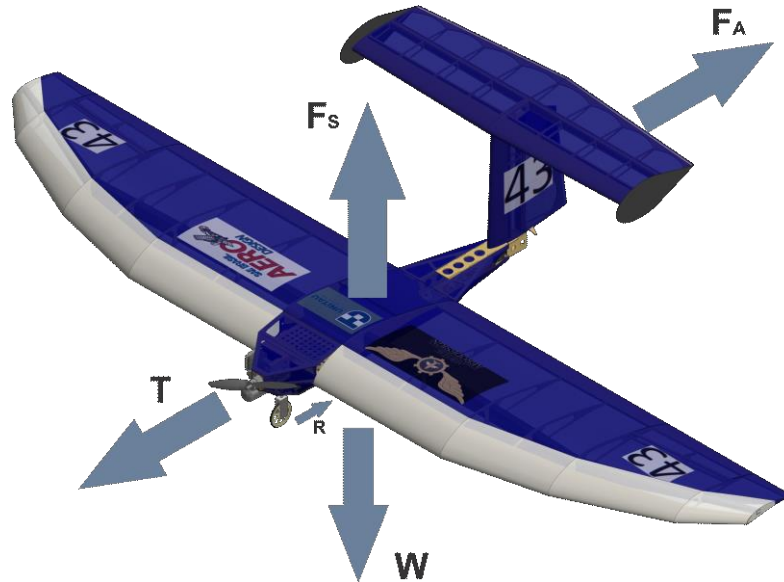
A metodologia adotada na equipe foi desenvolvida a partir de estudos aprofundados nas literaturas aeronáuticas para o desenvolvimento de uma modelagem matemática com o intuito de determinar a distância de decolagem necessária. Com isso, a metodologia foi organizada em quatro macro etapas:

- ✓ Análise dos modelos matemáticos;
- ✓ Propósito da modelagem matemática;
- ✓ Desenvolvimento da modelagem matemática;
 - Iteração da modelagem matemática;
 - Inserção dos parâmetros do motor;
- ✓ Definição da equação.

E para podermos entender a manobra de decolagem como a atitude da aeronave dessa fase da sua missão, precisa-se compreender as forças atuantes durante a corrida de decolagem. Onde, de acordo com Pellegrini e Rodrigues (2015), F_A representa a força de arrasto, F_S é a força de sustentação, R é a força de atrito do rolamento com relação do trem de pouso com o

solo, W é o peso da aeronave e o T representa a tração gerada pelo GMP, como demonstrado pela Figura (6).

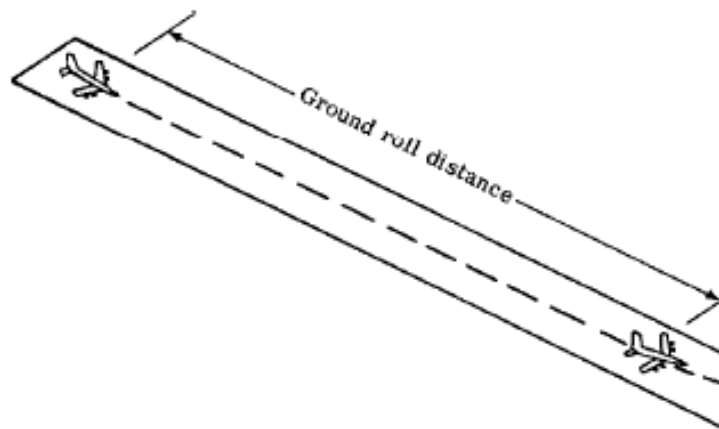
Figura 6 – Forças que atuam na aeronave



Fonte: (EQUIPE AEROTAU AERODESIGN, 2018)

O presente estudo trata da fase quando a aeronave estiver iniciando o procedimento de decolagem, na qual geralmente começa em uma das extremidades da pista onde dar-se início a corrida em solo acelerando a aeronave até o ponto de translação para o ponto de rotação, sendo assim a estimativa de quanto a aeronave necessita para sair do solo, conseqüentemente, a não utilização da necessidade de superação do obstáculo, conforme ilustrado na Figura (7).

Figura 7 – Representação do procedimento de decolagem



Fonte: Adaptado pelo autor (ANDRADE, 2001)

De acordo com o contexto apresentado, o estudo e análise será realizado com o embasamento dos conceitos defendidos pelos autores e pela restrição que foi determinado pela competição SAE BRASIL *Aerodesign* 2018 e, para que seja feita essa comparação entre as equações será utilizado o Manual de Fórmulas e Tabelas Matemáticas de SPIEGEL, LIPSCHUTZ e LIU (2012) para que seja determinada uma equação realizando alterações que melhor nos atenda por meio de testes em campo.

3.2.1 Desenvolvimento da Modelagem Matemática

Para que seja realizado o desenvolvimento da modelagem matemática da estimativa do comprimento de pista de decolagem por definição há cinco forças atuantes na aeronave, conforme apresentado anteriormente na Figura (6) e demonstrado pela 2ª Lei de Newton, onde F_R é a força resultante, m representa a massa do corpo e $\frac{dv}{dt}$ significa a derivada da velocidade em relação ao tempo do movimento e a representa a aceleração do corpo, de acordo com a Equação do Movimento.

$$F_R = m \cdot \frac{dv}{dt} \quad (4)$$

Para melhor apresentação da Equação (4), utiliza-se a equação de forma direta.

$$F_R = m \cdot a \quad (4.1)$$

Onde F_R é representado por três dessas cinco forças atuantes na aeronave e pela derivada da aceleração.

$$T - F_A - R = m \cdot a \quad (4.2)$$

Com isso, para realizar a iteração das Equação (1) e a verificação do comprimento de pista de decolagem com a Equação (3), o desenvolvimento da modelagem matemática se deu através dos parâmetros aerodinâmicos, climáticos (vento relativo e pressão atmosférica) e os parâmetros do motor.

3.2.1.1 Iteração da Equação (1)

Na presente iteração, assumiu-se que o intervalo da velocidade está entre a aeronave parada, $v = 0$ m/s e a velocidade de corrida de pista, $0 < v < V_{lo}$. Após isso, foi efetuado a integração das velocidades em relação as forças para a formulação da equação abaixo, sendo S_d a distância de decolagem.

$$S_d = \frac{W}{g} \int_0^{V_{lo}} \frac{v dv}{T - F_A - R} \quad (5)$$

A partir dos testes dinâmicos do motor, foi determinada a curva de tração T , que foi originada através da equação genérica do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$, representada de forma análoga a equação abaixo.

$$T = a_T(v + U_0)^2 + b_T(v + U_0) + c_T \quad (6)$$

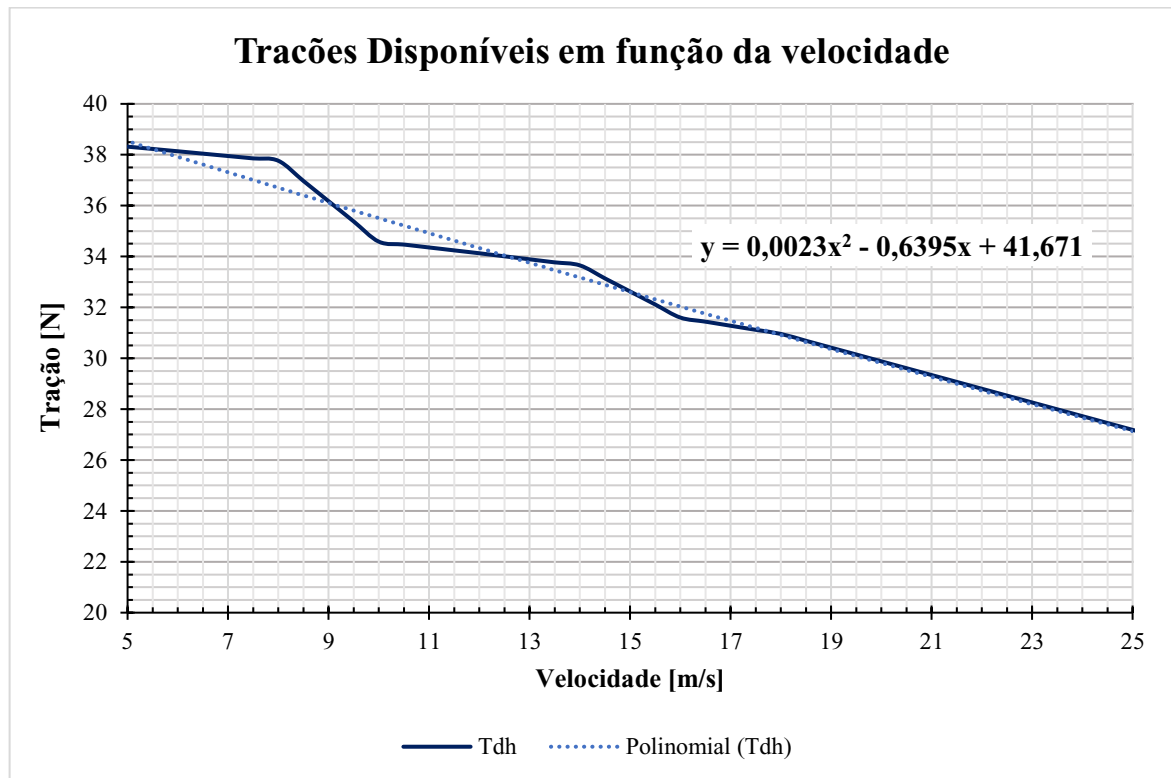
Onde U_0 é a velocidade referente ao vento frontal, $(v + U_0)$ representa a velocidade da aeronave relativa ao escoamento, a_T e b_T , são constantes derivadas da equação da curva de trações disponíveis em função da velocidade, conforme apresentado no Gráfico (1), e c_T é equivalente a T_0 que corresponde à tração estática.

No Gráfico (1), também apresenta a linha de tendência polinomial de grau 2, sendo os valores de, $a_T = 0,0023$, $b_T = -0,6395$ e $c_T = 41,671$.

Para realizar os cálculos, a fim de, comparar com os testes em campo, foi calculado a altitude-densidade do local ρ_∞ através da temperatura do ambiente T_A , a constante universal do ar R_A , e P_A a pressão atmosférica fornecida pela estação meteorológica mais próxima, segundo (GT-REDEMETS, 2019).

$$\rho_\infty = \frac{P_A}{R_A \cdot T_A} \quad (7)$$

Gráfico 1 – Curva de Tração disponível em função da velocidade



Para determinar R que é a força de atrito do rolamento do trem de pouso com o solo foi utilizada a equação abaixo.

$$R = \mu_R \cdot (W - F_S) \quad (8)$$

A definição da equação da força de arrasto é dada pela equação a seguir, em que C_{A_total} é o coeficiente de arrasto total da aeronave no momento da decolagem.

$$F_A = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v + U_0)^2 \cdot C_{A_total} \cdot S \quad (9)$$

A seguir, o coeficiente de arrasto total, se dá através do $C_{A\infty}$ que representa o coeficiente de arrasto infinito, o C_{Ai} que é o coeficiente de arrasto induzido e o C_{Ap} coeficiente de arrasto parasita da aeronave.

$$C_{A_total} = C_{A\infty} + C_{Ai} + C_{Ap} \quad (10)$$

O coeficiente de arrasto induzido é calculado pelo efeito solo ϕ , e_0 que é o fator de eficiência de Oswald e o alongamento que é representado por AR.

$$C_{Ai} = \frac{\phi \cdot CL_{maxTO}^2}{\pi \cdot e_0 \cdot AR} \quad (11)$$

O efeito solo localizado no período de $0,6 < e_0 < 0,9$ é determinado por b que representa a envergadura da asa e h que é a distância entre a asa e o solo, conforme apresentado na equação a seguir.

$$\phi = \left[\frac{\left(16 \cdot \frac{h}{b}\right)^2}{1 + \left(16 \cdot \frac{h}{b}\right)^2} \right] \quad (12)$$

A força de sustentação é a força perpendicular na direção do escoamento que será definida pela equação apresentada abaixo.

$$F_S = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v + U_0)^2 \cdot CL_{maxTO} \cdot S \quad (13)$$

O cálculo da velocidade de estol é dado a seguir.

$$V_{estol} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot CL_{maxTO} \cdot S}} \quad (14)$$

Para definir a velocidade de decolagem a aeronave utiliza 20% da velocidade de estol, segundo a FAR-23, conforme apresentado na próxima equação.

$$V_{lo} = 1,20 \cdot V_{estol} \quad (15)$$

Aplicando as definições das equações anteriores na Equação (5), obtém-se a equação da distância de decolagem referente à Sd_{atan} e Sd_{ln} .

$$Sd_{atan} = \frac{W}{2gA} \left\{ \ln \left[\frac{AV_{lo}^2 + BV_{lo} + C}{C} \right] - \frac{2B}{\sqrt{4AC - B^2}} \left[\tan^{-1} \left(\frac{2AV_{lo} + B}{\sqrt{4AC - B^2}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{B}{\sqrt{4AC - B^2}} \right) \right] \right\} \quad (16)$$

$$Sd_{ln} = \frac{W}{2gA} \left[\ln \left| \frac{AV_{l0}^2 + BV_{l0} + C}{C} \right| - \frac{B}{\sqrt{B^2 - 4AC}} \left(\ln \frac{2AV_{l0} + B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2AV_{l0} + B + \sqrt{B^2 - 4AC}} - \ln \frac{B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{B + \sqrt{B^2 - 4AC}} \right) \right] \quad (17)$$

Sendo assim, aplicou-se as constantes A, B e C para facilitar a operação matemática de integração das expressões a seguir.

$$A = a_T - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (C_{A_total} - \mu \cdot CL_{maxTO}) \cdot S \quad (18)$$

$$B = b_T + 2 \cdot U_0^2 - \rho \cdot U_0 \cdot (C_{A_total} - CL_{maxTO}) \cdot S \quad (19)$$

$$C = T_0 - \mu \cdot W + a_T \cdot U_0^2 + b_T \cdot U_0 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot U_0^2 \cdot (C_{A_total} - \mu \cdot CL_{maxTO}) \cdot S \quad (20)$$

Desta forma, foi realizado a aplicação das Equações (16) e (17), e a comparação dos resultados com a Equação (3) para a definição de qual equação a ser utilizada para representar a atitude da aeronave na corrida de decolagem.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

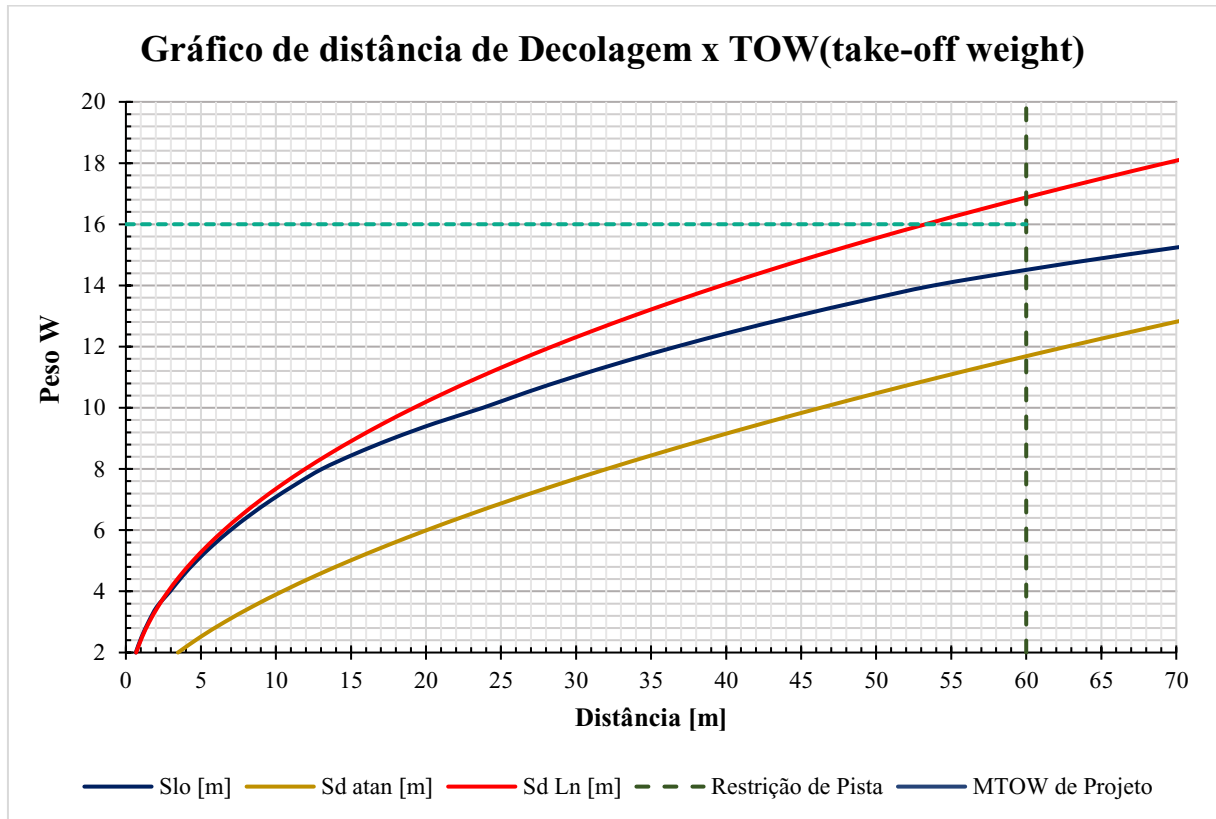
Nesta seção, será discutido a comparação das equações, com o objetivo de definir a equação a ser utilizada no desempenho de decolagem da aeronave, assim como, a validação da equação no teste em campo e a incerteza dessa equação.

4.1 COMPARAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Para a definição da modelagem matemática, os resultados comparados das Equações (16), (17) e (3) foram obtidos através das mesmas condições atmosféricas e utilizando o mesmo GMP.

A Equação (16), de Russell (1996) resulta em uma curva que está representada por Sd_{atan} e a curva Sd_{Ln} é resultado da Equação (17). Já a Equação (2) desenvolvida por Roskam (1997), não foi utilizada na presente metodologia, uma vez que a Equação (3) foi proveniente da mesma. A Equação (3) elaborada por Anderson (1999) está apresentada no gráfico pela legenda Slo .

Gráfico 2 – Distância de decolagem x TOW

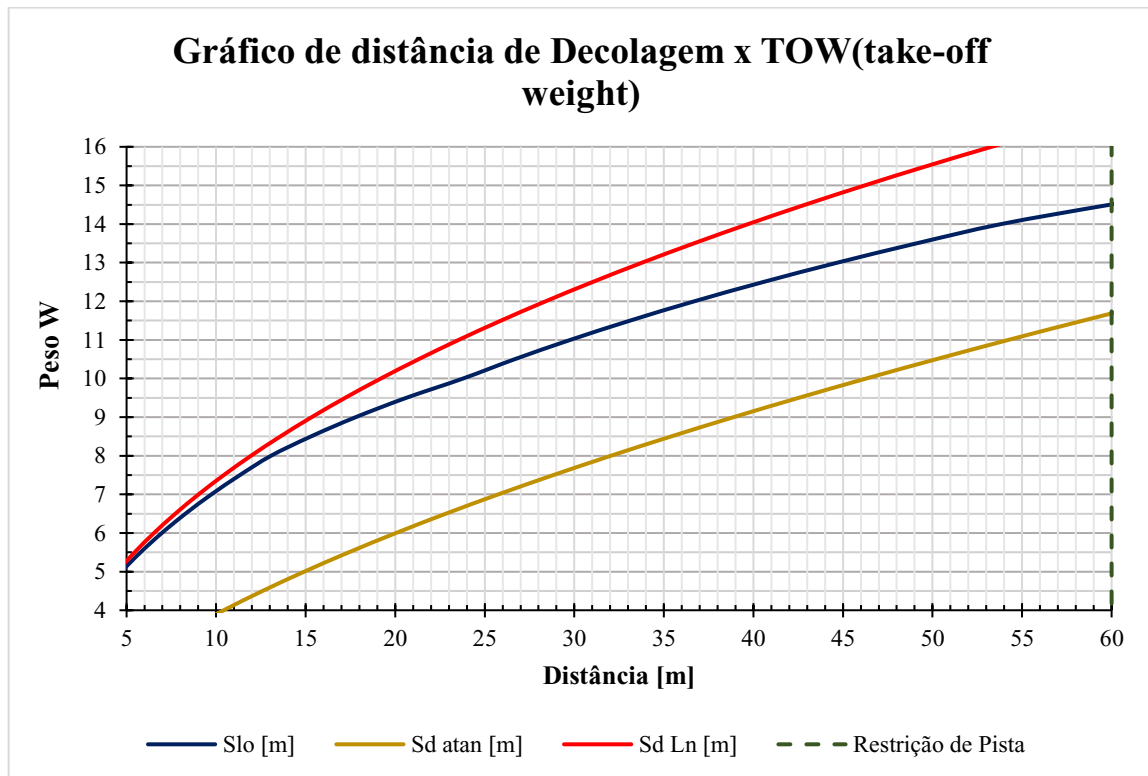


Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

Desta forma, a análise gráfica exhibe a restrição de pista e o MTOW (*Maximum Take-Off Weight*) de projeto, respectivamente, 60 metros e 16 quilogramas, como observado no Gráfico (2).

Conforme o Gráfico (3), a área da análise para o desempenho na decolagem para esse projeto, é determinado pelo fator peso (W), que tem que ser maior ou igual a quatro quilogramas e menor que o MTOW de projeto — $4 \leq W < 16$ — sendo influenciado pela distância de decolagem em metros. Devido a registros históricos, a aeronave cargueira de *Aerodesign* não decola em menos de 5 metros.

Gráfico 3 – Área de análise da decolagem x TOW



Fonte: Elaborado pelo autor (2018)

4.2 TESTE EM CAMPO

Os testes em campo foram realizados no aeroclube CAPI (Clube de Aeromodelismo de Pindamonhangaba) e para coletar os dados do comprimento de pista necessário para a decolagem da aeronave da equipe AeroTau Aerodesign, foi utilizado o sistema embarcado de telemetria.

O primeiro teste em voo da aeronave não resultou em dados, pois a telemetria utilizada apresentou falha de conexão com o satélite. Já o segundo teste em voo, teve a obtenção dos resultados fornecidos pela altitude do sistema embarcado e com a utilização do aplicativo do *Google Maps*, foi estabelecido o comprimento de pista de decolagem que foi de 46 metros com o peso de 9,5 quilogramas, conforme apresentado na Figura (8). E o terceiro teste em campo também não obteve resultados satisfatório, sendo assim, os dados utilizados foram do segundo teste em voo.

Figura 8 – Distância de decolagem percorrida pela aeronave



Fonte: Adaptado pelo autor (SILVA, 2018)

Como base na análise realizada e nos testes em campo, a curva *Sd atan* se apresentou mais próxima da realidade da equipe AeroTau *Aerodesign*, com isso adotou-se a Equação (16) para representar o cálculo de comprimento de pista para a decolagem.

Figura 9 – Decolagem da aeronave da equipe AeroTau Aerodesign



Fonte: (EQUIPE AEROTAU AERODESIGN, 2018)

4.3 INCERTEZA DA EQUAÇÃO

O cálculo da incerteza é realizado para determinar a validação qualitativa de um método quantitativo do resultado apresentado, ou seja, para avaliar se o comprimento de pista calculado está condizente com a realidade do projeto.

Assim, adotou-se R_m para indicar o valor obtido no teste em campo, R_c que representa o valor calculado a partir da Equação (16) e $In\%$ que é a incerteza a ser calculada em porcentagem, conforma apresentado a seguir.

$$In\% = \left(\frac{R_m}{R_c} \right) - 1 \quad (21)$$

O valor obtido na Equação (21) resultou em 8% de incerteza da Equação (16) que representa o comprimento de pista no momento da decolagem da aeronave.

5 CONCLUSÃO

A modelagem matemática para obter a equação da distância de decolagem que teve aplicação na aeronave da equipe AeroTau *Aerodesign* 2018 demonstrou a otimização da metodologia que já existia na equipe, na qual, precisava implementar melhorias para que o resultado dessa equação fosse o mais realista possível, de acordo com as necessidades e restrições que a equipe possuía.

Partindo desse princípio, foi realizado o estudo de caso para que fosse desenvolvido este memorial de cálculo que permitiu chegar a conclusão, de que a equação, por mais que tenha resultado em oito por cento de incerteza na sua resolução, ainda sim, pode-se considerar como um resultado positivo em comparação com as outras equações estudadas e avaliadas.

Portanto, o estudo desenvolvido foi de suma importância para o progresso do projeto acadêmico da equipe AeroTau *Aerodesign* na competição SAE BRASIL *Aerodesign* 2018 e, que pode auxiliar na execução de futuros projetos para o desempenho das aeronaves.

REFERÊNCIAS

ANAC - AGÊNCIA NACIONAL DE AVIAÇÃO CIVIL. Regulamento Brasileiro da Aviação Civil. **ap-06-2017-emenda-ao-rbac-no-23.pdf**, 2014. Disponível em: <<http://www.anac.gov.br/participacao-social/audiencias-e-consultas-publicas/audiencias/2017/aud06/ap-06-2017-emenda-ao-rbac-no-23.pdf>>. Acesso em: 17 Abril 2019.

ANDERSON, J. J. D. **Aircraft Performance and Design**. 1. ed. Maryland: WCB McGraw-Hill, 1999.

ANDRADE, D. D. **Fundamentos da Engenharia Aeronáutica**. São José dos Campos: [s.n.], 2001.

EQUIPE AEROTAU AERODESIGN. AeroTau Aerodesign. **aerotau | Equipe AeroTau AeroDesign**, 2018. Disponível em: <<https://unitauaerodesign.wixsite.com/aerotau>>. Acesso em: 20 Fevereiro 2018.

FAA - FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION. eCFR - Code of Federal Regulations. **eCFR - Electronic Code of Federal Regulations**, 2017. Disponível em: <<https://www.ecfr.gov/cgi-bin/text-idx?SID=685dc1ae97ae3f5e5569e47880fab01e&mc=true&node=pt14.1.23>>. Acesso em: 2017 Fevereiro 11.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projeto de Pesquisa**. 4^a. ed. São Paulo: Atlas S. A., v. I, 2002.

GT-REDEMETS. REDEMETS - Rede de Meteorologia do Comando da Aeronáutica. **REDEMETS**, 2019. Disponível em: <<https://www.redemets.aer.mil.br/>>. Acesso em: 29 jun. 2018.

MURRAY R. SPIEGEL, S. L. J. L. **Manual de fórmulas e tabelas matemáticas**. 3^a. ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.

PELLEGRINI, C. C.; RODRIGUES, M. S. Um estudo analítico da dinâmica da decolagem e do pouso de aeronaves com forças dependentes da velocidade. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 37, p. 11, Junho 2015. ISSN S1806-11173721782.

RODRIGUES, L. E. M. J. **Fundamentos Da Engenharia Aeronáutica**. São Paulo: Cengage Learning, 2015.

ROSKAM, J. **Airplane Design: Preliminary Sizing of Airplanes**. 1^a. ed. Kansas: DARcorporation, v. Part 1, 1997.

RUSSELL, J. B. **Performance & Stability of Aircraft**. 1. ed. London: Butterworth Heinemann, 1996.

SAE BRASIL. V Competição SAE BRASIL Aerodesign. **20^a COMPETIÇÃO SAE BRASIL AERODESIGN 2018**, 12 Março 2018. Disponível em: <http://portal.saebrasil.org.br/Portals/0/PE/AERODESIGN/AERO%202018/Regulamento_SAE_BRASIL_AeroDesign_2018_Rev02.pdf>. Acesso em: 13 Março 2018.

SILVA, D. C. D. M. **Sensoriamento Sem Fio de Aeronave Rádio Controlada**. Dissertação em Engenharia de Controle e Automação da Universidade de Taubaté. Taubaté, p. 55. 2018.

ANEXO A – PARÂMETROS INICIAIS DO CÁLCULO DA DECOLAGEM

	B	C	D	E	F	G
1	Cálculos de Decolagem					
2						
3	$R = \mu * (W-L)$					
4	μ	ϕ	C_{L0}	C_D	U_0	
5	0,03	0,323634568	0,646832202	0,072602483	0	
6						
7	<i>Ref. De todos os Cálculos</i>					
8	Altitude [m]	ρ_h				
9	1000	1,164964075				
10						
11	a	b	c=T0	Coef_A	Coef_B	Coef_C
12	0,0023	-0,6395	41,71	-0,027684528	-0,6395	41,3563933
13						
14	Δatan	ΔLn				
15	4,170768737	4,988689237				
16						

ANEXO B – COMPARAÇÃO DAS DISTÂNCIAS DE DECOLAGEM

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
	MTOW [kg]	MTOW [N]	V _{estab} [m/s]	V ₁₀ [m/s]	R ₀ [N]	L ₀ [N]	D ₀ [N]	Td(v) [N]	S ₀ [m]	S ₀ atan [m]	S _g Ln [m]
13											
14	2	19,6133	4,2738	5,1286	1,3876	9,7173	1,0907	41,3264	0,66	3,47	0,68
15	2,5	24,5166	4,7783	5,7339	1,7345	12,1467	1,3634	41,3264	1,04	4,93	1,07
16	3	29,4200	5,2343	6,2812	2,0814	14,5760	1,6361	41,3264	1,51	6,59	1,56
17	3,5	34,3233	5,6537	6,7845	2,4283	17,0053	1,9087	41,3264	2,07	8,42	2,14
18	4	39,2266	6,0441	7,2529	2,7752	19,4347	2,1814	38,5001	2,94	10,43	2,82
19	4,5	44,1299	6,4107	7,6929	3,1221	21,8640	2,4541	38,4092	3,77	12,59	3,59
20	5	49,0333	6,7575	8,1090	3,4690	24,2933	2,7268	38,3183	4,72	14,92	4,47
21	5,5	53,9366	7,0873	8,5048	3,8159	26,7227	2,9994	38,2274	5,78	17,40	5,45
22	6	58,8399	7,4025	8,8830	4,1627	29,1520	3,2721	38,1365	6,97	20,04	6,53
23	6,5	63,7432	7,7047	9,2457	4,5096	31,5813	3,5448	38,0432	8,28	22,82	7,72
24	7	68,6466	7,9956	9,5947	4,8565	34,0107	3,8175	37,9500	9,74	25,75	9,02
25	7,5	73,5499	8,2762	9,9315	5,2034	36,4400	4,0901	37,8567	11,33	28,83	10,43
26	8	78,4532	8,5476	10,2572	5,5503	38,8693	4,3628	37,7635	13,06	32,04	11,95
27	8,5	83,3565	8,8107	10,5728	5,8972	41,2987	4,6355	36,9686	15,29	35,40	13,58
28	9	88,2599	9,0661	10,8794	6,2441	43,7280	4,9082	36,1737	17,80	38,89	15,33
29	9,5	93,1632	9,3146	11,1775	6,5910	46,1573	5,1808	35,3788	20,61	42,52	17,20
30	10	98,0665	9,5565	11,4679	6,9379	48,5866	5,4535	34,5839	23,78	46,29	19,19
31	10,5	102,9698	9,7925	11,7511	7,2848	51,0160	5,7262	34,4697	26,67	50,20	21,30
32	11	107,8732	10,0230	12,0276	7,6317	53,4453	5,9989	34,3555	29,77	54,24	23,54
33	11,5	112,7765	10,2483	12,2979	7,9786	55,8746	6,2715	34,2412	33,11	58,41	25,91
34	12	117,6798	10,4687	12,5624	8,3255	58,3040	6,5442	34,1270	36,70	62,72	28,40
35	12,5	122,5831	10,6845	12,8214	8,6724	60,7333	6,8169	34,0081	40,55	67,16	31,02
36	13	127,4865	10,8961	13,0754	9,0193	63,1626	7,0896	33,8892	44,68	71,73	33,78
37	13,5	132,3898	11,1037	13,3244	9,3662	65,5920	7,3623	33,7704	49,11	76,43	36,68
38	14	137,2931	11,3075	13,5689	9,7131	68,0213	7,6349	33,6515	53,84	81,27	39,71
39	14,5	142,1964	11,5076	13,8091	10,0600	70,4506	7,9076	33,1386	59,90	86,24	42,89
40	15	147,0998	11,7043	14,0452	10,4069	72,8800	8,1803	32,6258	66,59	91,34	46,21
41	15,5	152,0031	11,8978	14,2774	10,7538	75,3093	8,4530	32,1130	73,96	96,57	49,67
42	16	156,9064	12,0882	14,5058	11,1007	77,7386	8,7256	31,6001	82,12	101,93	53,29
43	16,5	161,8097	12,2756	14,7307	11,4476	80,1680	8,9983	31,4393	89,55	107,42	57,06

Decolagem

Tração e Pontência

Testes_GMP

Tração_Calculada

Posicionamento do Trem de Pou: ...